Fiche 1 : La numération binaire

A : La base 10

• Dans la **base 10** :
- on dispose de **10 chiffres** : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- un nombre est une suite de chiffres
- un nombre se décompose en puissance de 10

*Exemple: décomposition du nombre **54163** en puissance de 10*

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
10 000	1 000	100	10	1
5	**4**	**1**	**6**	**3**

54 163 = **5**×10 000 + **4**×1000 + **1**×100 + **6**×10 + **3**×1

54 163 = $\mathbf{5}\times10^4 + \mathbf{4}\times10^3 + \mathbf{1}\times10^2 + \mathbf{6}\times10^1 + \mathbf{3}\times10^0$

B : La base 2

• Dans la **base 2** :
- on dispose de **2 chiffres** : 0, 1
- un nombre est une suite de chiffres

Comptons en base 2 :

Base 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Base 2	**0**	**1**	**10**	**11**	**100**	**101**	**110**	**111**	**1000**	**1001**	**1010**	**1011**	**1100**	**1101**	**1110**	**1111**

►► Conversion binaire/décimal

• Dans la base 2, un nombre se décompose en puissance de 2.

Exemples:

*Décomposition du nombre **10110** en puissance de 2*

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
16	**8**	**4**	**2**	**1**
1	0	1	1	0

$\mathbf{10110_b} = \mathbf{1}\times2^4 + \mathbf{0}\times2^3 + \mathbf{1}\times2^2 + \mathbf{1}\times2^1 + \mathbf{0}\times2^0$

$\mathbf{10110_b} = \mathbf{1}\times16 + \mathbf{0}\times8 + \mathbf{1}\times4 + \mathbf{1}\times2 + \mathbf{0}\times1 = \mathbf{22_d}$

*Décomposition du nombre **110101** en puissance de 2*

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
32	**16**	**8**	**4**	**2**	**1**
1	1	0	1	0	1

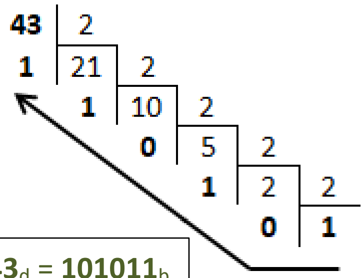
$\mathbf{110101_b} = \mathbf{1}\times2^5 + \mathbf{1}\times2^4 + \mathbf{0}\times2^3 + \mathbf{1}\times2^2 + \mathbf{0}\times2^1 + \mathbf{1}\times2^0$

$\mathbf{110101_b} = \mathbf{1}\times32 + \mathbf{1}\times16 + \mathbf{0}\times8 + \mathbf{1}\times4 + \mathbf{0}\times2 + \mathbf{1}\times1 = \mathbf{53_d}$

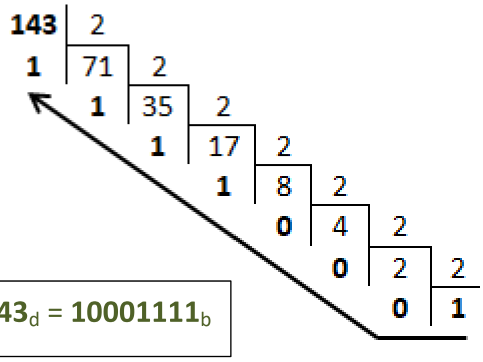
►► Conversion décimal/binaire

• Pour transformer un nombre décimal en nombre binaire, il faut décomposer le nombre en puissance de 2

↳ **1ère méthode** : *on effectue des divisions successives par 2 : on lit le nombre de bas en haut*



43_d = 101011_b



143_d = 10001111_b

↳ **2nde méthode :** on place le nombre dans le tableau de décomposition

43 = 32+8+2+1

143 = 128+8+4+2+1

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	**64**	**32**	**16**	**8**	**4**	**2**	**1**
		1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1

43_d = 101011_b

143_d = 10001111_b

►► Jusqu'où peut-on compter ?

↳ Combien de nombres peut-on obtenir avec :

2 chiffres (2bits) :
00 ; 01 ; 10 ; 11 → 4 nombres = **2^2 nombres**

3 bits :
000 ; 001 ; 010 ; 011 ; 100 ; 101 ; 110 ; 111 → 8 nombres = **2^3 nombres**

4 bits :
0000; 0001; 0010; 0011; 0100; 0101; 0110; 0111; 1000; 1001; 1010; 1011; 1100; 1101; 1110; 1111
→ 16 nombres = **2^4 nombres**

• Avec n bits on peut obtenir **2^n** nombres

Exemples: Avec 8 bits on peut obtenir : **2^8 = 256 nombres**

►►Les multiples

1 octet = 8 bits

1 kilo-octet : **1 ko = 2^{10} octets** = 1 024 octets

1 méga-octet : **1 Mo** = 2^{10} ko = **2^{20} octets** = 1 048 576 octets

1 giga-octet : **1 Go** = 2^{10} Mo = **2^{30} octets** = 1 073 41 824 octets

Remarque:

Noter la différence avec les préfixes utilisés en physique :

1 kilo : 10^3 = 1 000 1 méga : 10^6 = 1 000 000 1 giga : 10^9 = 1 000 000 000

Remarque:

En fait le terme exact :

- pour le kilo-octet est le **kibioctet (Kio)**
- pour le méga-octet est le **mébioctet (Mio)**
- pour le giga-octet est le **gibioctet (Gio)**

Applications

EX1/

1) Convertir les nombres suivants de la base 10 à la base 2 :

157_d, 87_d, 58_d et 26_d

2) Convertir les nombres suivants de la base 2 à la base 10

10010_b ; 111010_b ; 10110101b

EX2/ La base 3

Dans la base 3, on dispose de 3 chiffres : 0, 1, 2

1) Compter en base 3 (donner tous les nombres avec 3 chiffres)

2) Combien obtient-on de nombres avec 2 chiffres ? Avec 3 chiffres ? Avec n chiffres ? Avec 5 chiffres ? :

3) A l'aide d'un tableau de conversion, convertir les nombres suivants de la base 3 à la base 10

$2210_{(base\ 3)}$; $212021_{(base\ 3)}$

4) A l'aide d'un tableau de conversion, puis à l'aide d'une division, convertir les nombres suivants de la base 10 à la base 3

260_d ; 125_d ; 57_d