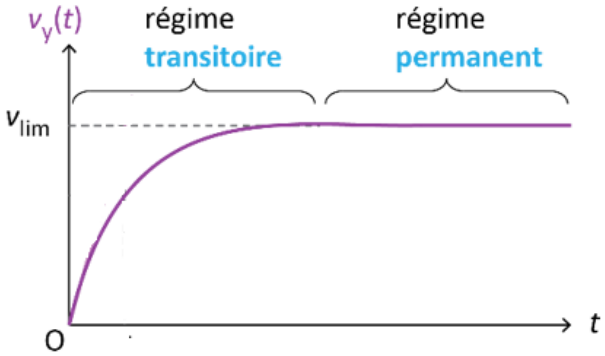
# Mouvement dans un fluide

Exercice type (2)

## DOC1/ Régime transitoire et permanent lors d'une chute avec frottements

• Lorsqu'un objet est en chute dans un fluide, il subit de la part de ce fluide une force de frottement. Le mouvement de l'objet peut être décomposé en deux phases :

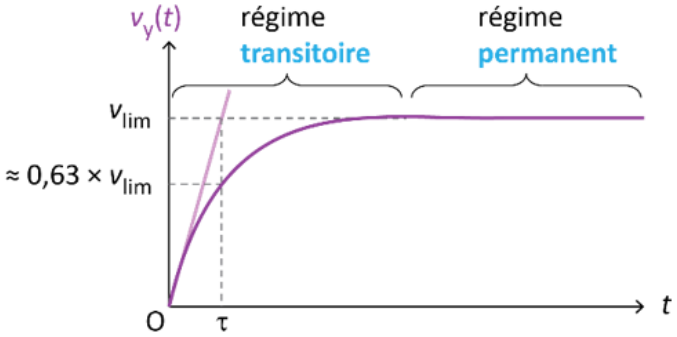
- une phase de mouvement accéléré, appelé **régime transitoire**
- une phase de mouvement uniforme, appelée **régime permanent**. La vitesse alors atteinte est appelée **vitesse limite** et notée $v_{lim}$.




## DOC2/ « Constante de temps » ou « temps caractéristique » τ

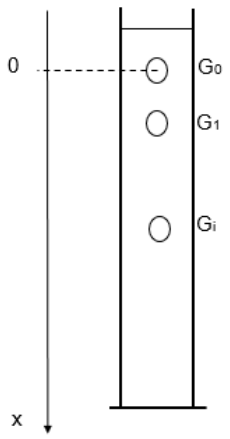
• La constante de temps τ est une estimation du temps caractéristique qui s'écoule entre le début du mouvement et l'établissement du régime transitoire. On peut le mesurer graphiquement par deux méthodes :

- c'est la durée au bout de laquelle la vitesse atteint 63% de sa valeur limite ;
- c'est l'abscisse du point où la tangente à la courbe $v_y(t)$ à la date $t = 0$ coupe la droite horizontale d'ordonnée $v_{lim}$.




• On estime que le régime permanent est atteint lorsqu'il s'est écoulé une durée égale à $5\tau$

• *Une éprouvette contenant un liquide visqueux sert de support à l'étude de la chute d'une bille d'acier. Le schéma ci-dessous, qui donne une idée du montage, n'est qu'indicatif. En particulier, il ne respecte pas d'échelle et ne peut pas servir de support pour des mesures.*




On considère une bille de **masse m** et de **volume V**.

La bille est lâchée sans vitesse initiale à l'instant t = 0 dans un liquide visqueux de masse volumique ρ.

• La bille, plongée dans le liquide, subit la poussée d'Archimède qui sera notée $\vec{\pi}$

• De plus, en mouvement dans ce liquide, elle subit une force de frottement notée $\vec{f}$ proportionnelle au vecteur vitesse: $\vec{f} = k \times \vec{v}$ *(k étant une constante positive)*

## 1ère partie : ETUDE GENERALE

**1)** Après avoir défini le référentiel et le système étudié, faire le bilan des forces qui s'exercent sur le système. Les représenter sur le schéma.

| Référentiel d'étude | Système étudié | Bilan des forces | Expression de la valeur des forces |
|---|---|---|---|
| | | -.....<br>-.....<br>-..... | -.....<br>-.....<br>-..... |

**2)** ***Exploitation de la 2ème loi de Newton : établissement de l'équation différentielle***

Après avoir appliqué la 2nde loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $v(t)$.

Montrer qu'elle est de la forme :

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = \alpha g}$$

Donner l'expression de $\alpha$ en fonction de $\rho$, V et m

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

### 3) ***Solution de l'équation différentielle***

Montrer que la solution de l'équation différentielle précédente s'écrit sous la forme

$$\boxed{v(t) = \frac{\alpha.g.m}{k} \times \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)}$$

*Aide mathématique*

*La solution d'une équation différentielle du type $y' + ay = b$ est une fonction de la forme*

$y = C.e^{-ax} + \frac{b}{a}$ *où C est une constante déterminée en utilisant la valeur de $y$ lorsque $x = 0$*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 2ème partie : ETUDE QUANTITATIVE

On prend dorénavant les valeurs suivantes : **m = 5,0 g** ; **g = 9,81 m.s $^{-2}$** ; **k = 7,6.10 $^{-2}$ kg.s$^{-1}$** ; **α = 0,906**.

### 1) ***Vitesse limite***

**1.1.** Montrer que la bille atteint une vitesse limite

$$v_{lim} = \frac{m.\alpha.g}{k}$$

| En utilisant expression de $v(t)$ | En utilisant l'équation différentielle |
|---|---|
| $v(t) = \frac{\alpha.g.m}{k} \times \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$ | $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = \alpha g$ |
| $v_{lim} = \lim_{t \to \infty} v(t)$ ou $v_{lim} = v(\infty)$ | Lorsque $v = v_{lim} = cte \rightarrow \frac{dv_{lim}}{dt} = 0$ |
| | |

**1.2.** Calculer la valeur de la vitesse limite

.....

.....

## 2) ***Etude du rapport*** $m/k$

**2.1.** Utiliser l'analyse dimensionnelle pour déterminer l'unité de $\frac{m}{k}$ puis calculer numériquement ce rapport

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**2.2.** Montrer que lorsque $t = \frac{m}{k}$, la vitesse atteint 63% de sa vitesse limite

.....

.....

.....

.....

.....

.....

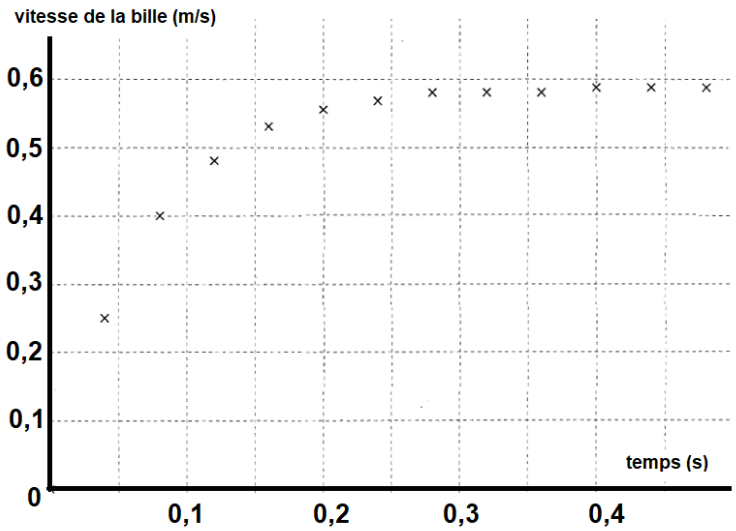
**2.3.** Quelle interprétation peut-on donner de cette grandeur ?

.....

.....

## 3) ***Détermination du temps caractéristique sur l'enregistrement***

On donne ci-desssous l'évolution de la vitesse de la bille en fonction du temps

**3.1.** Par une méthode de votre choix et que vous expliciterez, déterminez sur l'enregistrement la valeur du temps $\tau$ caractéristique du phénomène.

**3.2.** Au bout de combien de temps peut-on estimer que le régime permanent est atteint ?