NOMBRES, VALEURS ET CALCULS NUMERIQUES EN SCIENCES PHYSIQUES

PLAN du CHAPITRE

Les sciences physiques sont essentiellement quantitatives et prédictives.
C'est d'ailleurs ce qui les caractérisent parmi les autres sciences.

René THOM, mathématicien français

Préambule :

Le but de ce chapitre est d'utiliser la notation scientifique d'un nombre dans les calculs numériques qu'on est immanquablement amené à faire en sciences physiques et cela sans calculatrice ou presque. Car malheureusement, l'expérience montre, notamment au niveau du bac S, que l'usage des machines en sciences est devenue inefficace et incontrôlée tant beaucoup de lycéens sont maintenant tombés dans le travers de la considération béate et ignorante du résultat faux affiché.

La présentation de ce chapitre se veut structurée et progressive – elle part de connaissances élémentaires du collège (classes de $4^{ème}$ et de $3^{ème}$) – mais elle est dense et complète puisqu'on aboutit à l'ensemble des connaissances qu'un élève doit avoir sur le calcul numérique qui vous serviront jusqu'en terminale (S ou autres) et même bien au delà.

On ne le répètera jamais assez : SEULE une très bonne habitude du calcul mental et "manuel" permet de maîtriser l'usage ultérieur des machines. Croire que l'existence des machines permet de se passer du calcul mental et manuel est une naïveté qui mène à de sévères désillusions.

Pour paraphraser une publicité récente vantant la qualité d'une marque de pneumatiques : "sans la maîtrise (mentale), la puissance (de calcul) n'est rien"

On s'attachera en particulier à montrer les différences subtiles de point de vue entre les physiciens et les mathématiciens dans leur utilisation des nombres (notamment en ce qui concerne l'imprécision intrinsèque des données en sciences physiques).

Le chapitre se termine par un ensemble d'exercices et de problèmes qui renvoient à ses diverses parties.

1- Représentation scientifique d'un nombre en mathématiques :

1-1 Première définition d'une puissance de 10 :

n étant un entier positif, 10^n (qui se lit "dix puissance n" ou "dix à la puissance n") est un nombre qui vaut par définition 10 multiplié n fois par lui-même
Vocabulaire : l'entier n dans l'écriture 10^n est appelé exposant de la puissance de 10.

Exemple : $10^4 = \underbrace{10x10x10x10}_{4fois} = 10000$

On pourra ainsi écrire avec très peu de place des nombres très grands. Par exemple, en chimie, on compte couramment les objets sub-microscopiques comme les molécules ou atomes ou ions contenus dans la matière usuelle par "gros paquets" d'environ 10^{24} objets, nombre qui, écrit en notation décimale ordinaire, nécessiterait 25 caractères (1 suivi de 24 zéros).

Par ailleurs, l'écriture et la lecture en notation décimale ordinaire de très grands ou très petits nombres sont très facilement l'objet d'erreurs qui peuvent être plus ou moins dramatiques. Deux exemples parmi d'autres :

- En médecine, se tromper d'un zéro dans une dilution peut amener un médecin ou un infirmier à injecter une dose beaucoup trop forte (ou beaucoup trop faible !) à un "patient". Avec pour conséquence, dans les cas les plus dramatiques, son décès. Il y a tous les ans de tels évènements dont certains sont dus notamment à une incompétence calculatoire ou une absence de techniques mentales qui permettent de contrôler la validité des résultats fournis par les machines.

- Un chef de chantier chargé de construire un pont ou tout ouvrage de travaux publics d'importance doit quotidiennement calculer le nombre de camions de béton qui devront être livrés par l'entreprise spécialisée.

Si vous êtes ce chef de chantier et, qu'à la suite d'une "erreur de calcul", vous en commandez dix fois trop, il y aura des conséquences immédiates : les chauffeurs livrent quand même et vous vous retrouvez avec un énorme tas de béton solidifié là où était prévu un magnifique espace vert. De plus vous êtes licencié et pas au sens de l'université…

1-2 Règles de calcul essentielle sur les puissance de 10 :

1-2-1 : $\boxed{\text{pour n et p entiers positifs : } 10^n x 10^p = 10^{n+p}}$

La démonstration est immédiate en remplaçant par les définitions :

$$10^n x 10^p \overset{\text{déf}}{=} \left(\underbrace{10x...x10}_{\text{n fois}}\right) x \left(\underbrace{10x...x10}_{\text{p fois}}\right) = \left(\underbrace{10x...x10}_{n+\text{p fois}}\right) = 10^{n+p}$$

Remarque : $\overset{\text{déf}}{=}$ est une notation qui veut dire "égal par définition". Elle sera abondamment utilisée dans tous le cours.

1-2-2 : $\boxed{\text{pour n et p entiers positifs avec n>p } \frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}}$

Démonstration : $\frac{10^n}{10^p} \overset{\text{déf}}{=} \frac{\overbrace{10x...x10}^{\text{n fois}}}{\underbrace{10x...x10}_{\text{p fois}}} = \frac{\left(\overbrace{10x...x10}^{\text{p fois}}\right) x \left(\overbrace{10x...x10}^{\text{n-p fois}}\right)}{\left(\overbrace{10x...x10}^{\text{p fois}}\right)} = \left(\overbrace{10x...x10}^{\text{n-p fois}}\right) = 10^{n-p}$

1-2-3 : $\boxed{\text{pour n et p entiers positifs : } (10^n)^p = 10^{n \times p}}$

Démonstration : $(10^n)^p \overset{\text{déf}}{=} \underbrace{\left(\overbrace{10x...x10}^{\text{n fois}}\right) x...x \left(\overbrace{10x...x10}^{\text{n fois}}\right)}_{\text{p fois}} = \underbrace{10x...x10}_{\text{n x p fois}} = 10^{n \times p}$

Remarque : ces règles de calculs seront généralisées dans la partie 1-5

1-3 Puissance de 10 avec exposant négatif :

Lorsque l'entier positif n est supérieur à l'entier positif p, le calcul de $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ par la règle $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ ne pose pas de problème de compréhension.

Mais que se passe-t-il lorsqu'on divise 10^n par 10^p avec p>n>0 ?

Voyons cela sur quelques exemples :

Expression de départ	$\frac{10^1}{10^2}$	$\frac{10^2}{10^3}$	$\frac{10^3}{10^4}$	$\frac{10^4}{10^5}$
Valeur obtenue en simplifiant directement	$\frac{10}{10x10} = \frac{1}{10}$	$\frac{10x10}{10x10x10} = \frac{1}{10}$	$\frac{10x10x10}{10x10x10x10} = \frac{1}{10}$	$\frac{10x10x10x10}{10x10x10x10x10x10} = \frac{1}{10}$
Valeur obtenue en utilisant la règle $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$	10^{-1}	10^{-1}	10^{-1}	10^{-1}

De même en comparant $10^1/10^3$ avec $10^2/10^4$ etc. on obtient à chaque fois 1/100 ou 10^{-2}.

Autrement dit, <u>on peut étendre le domaine de validité de la règle</u> $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ au cas n<p

à condition de <u>définir</u> une puissance de 10 à exposant négatif par : n étant un entier positif, $10^{-n} \overset{\text{déf}}{=} \frac{1}{10^n}$

Remarques :

- n étant un entier positif, 10^{-n} est une valeur positive (c'est l'<u>exposant</u> qui est négatif et non pas la puissance de 10 elle-même !!)

- l'écriture 10^{-n} permet de noter sous un format très réduit des nombres positifs beaucoup plus petits que 1

- l'inverse d'un nombre beaucoup plus petit que 1 est un nombre beaucoup plus grand que 1 :

n étant un entier positif, $\frac{1}{10^{-n}} = \frac{1}{\frac{1}{10^n}} = 1 \times \frac{10^n}{1} = 10^n$

- les règles énoncées plus haut au 1-2 sont en fait valables pour des exposants négatifs (voir au 1-5)

1-4 <u>Le cas particulier n = p. Signification de 10^0</u> :

Que se passe-t-il quand on divise 10^n par lui même ?

Voici quelques exemples :

Expression de départ	$\frac{10^1}{10^1}$	$\frac{10^2}{10^2}$	$\frac{10^3}{10^3}$	$\frac{10^4}{10^4}$
Valeur obtenue en simplifiant directement	$\frac{10}{10} = 1$	$\frac{10x10}{10x10} = 1$	$\frac{10x10x10}{10x10x10} = 1$	$\frac{10x10x10x10}{10x10x10x10} = 1$
Valeur obtenue en utilisant la règle $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$	10^0	10^0	10^0	10^0

Autrement dit, on peut <u>étendre le domaine de validité de la règle</u> $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ au cas n=p

à condition de <u>définir</u> 10^0 par : $\boxed{10^0 \overset{\text{déf}}{=} 1}$

1-5 <u>Puissance de 10 avec un exposant fractionnaire</u> :

On se limite ici aux fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$

a étant un nombre positif quelconque, on pose que $a^{\frac{1}{2}} \overset{\text{déf}}{=} \sqrt[2]{a}$

De la sorte, la règle $\left(a^n\right)^p = a^{nxp}$ s'applique dans le cas où n=1/2 et p=2 :

$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \sqrt[2]{a} \times \sqrt[2]{a} = a$ d'une part et $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2}x2} = a^1 = a$ d'autre part

On procède de même pour $a^{\frac{1}{3}} \overset{\text{déf}}{=} \sqrt[3]{a}$ en constatant l'identité entre :

$\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \sqrt[3]{a} \text{ x } \sqrt[3]{a} \text{ x } \sqrt[3]{a} = a$ d'une part et $\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 = a^{\frac{1}{3}\text{x}3} = a^1 = a$ d'autre part

Ces identités, appliquée aux puissances de 10 donnent :

$10^{\frac{1}{2}} \overset{\text{déf}}{=} \sqrt[2]{10}$ et $10^{\frac{1}{3}} \overset{\text{déf}}{=} \sqrt[3]{10}$

Si n est un entier relatif : $\sqrt[2]{10^n} = 10^{\frac{n}{2}}$ et $\sqrt[3]{10^n} = 10^{\frac{n}{3}}$

1-6 <u>Résumés et règles de calcul généralisées à des exposants entiers de signe quelconque</u> :

1-6-1 : Voici un petit tableau qui résume ce qui a été dit à propos des puissance de 10 à exposant négatif, nul ou positif :

limite 0	…	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	…	pas de limite supérieure
	…	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100	1000	…	

1-6-2 <u>Généralisation des règles de calcul sur les puissances de 10</u> :

<u>quels que soient les entiers n et p (positifs, négatifs ou nuls)</u> : $\boxed{\begin{cases} 10^n \text{x} 10^p = 10^{n+p} \\ \dfrac{10^n}{10^p} = 10^{n-p} \\ (10^n)^p = 10^{n \text{ x } p} \end{cases}}$

Pour la première règle :

n	p	exemple	justification sur l'exemple
positif	positif	$10^2 \text{ x } 10^3 = 10^5$	$(10\text{x}10)\text{x}(10\text{x}10\text{x}10) = 10\text{x}10\text{x}10\text{x}10\text{x}10 = 10^5$
positif	négatif	$10^2 \text{ x } 10^{-3} = 10^{-1}$	$(10\text{x}10)\text{x}\left(\frac{1}{10\text{x}10\text{x}10}\right) = \frac{10\text{x}10}{10\text{x}10\text{x}10} = \frac{1}{10} = 10^{-1}$
négatif	négatif	$10^{-2} \text{ x } 10^{-3} = 10^{-5}$	$\left(\frac{1}{10\text{x}10}\right)\text{x}\left(\frac{1}{10\text{x}10\text{x}10}\right) = \frac{1}{10\text{x}10\text{x}10\text{x}10\text{x}10} = 10^{-5}$

Pour la deuxième règle :

n	p	exemple d'application de la règle	justification sur l'exemple
positif	positif	$\frac{10^2}{10^3} = 10^{-1}$	$\frac{10\text{x}10}{10\text{x}10\text{x}10} = \frac{1}{10} = 10^{-1}$
positif	négatif	$\frac{10^2}{10^{-3}} = 10^{2-(-3)} = 10^5$	$\frac{10\text{x}10}{\frac{1}{10\text{x}10\text{x}10}} = 10\text{x}10\text{x}\frac{10\text{x}10\text{x}10}{1} = 10\text{x}10\text{x}10\text{x}10\text{x}10 = 10^5$
négatif	négatif	$\frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10^{-2-(-3)} = 10^1$	$\frac{\frac{1}{10\text{x}10}}{\frac{1}{10\text{x}10\text{x}10}} = \frac{1}{10\text{x}10}\text{x}\frac{10\text{x}10\text{x}10}{1} = \frac{10\text{x}10\text{x}10}{10\text{x}10} = 10^1$

Pour la troisième règle :

n	p	exemple d'application de la règle	justification sur l'exemple
positif	positif	$(10^2)^3 = 10^{2x3} = 10^6$	$(10x10)x(10x10)x(10x10) = 10x10x10x10x10x10 = 10^6$
positif	négatif	$(10^2)^{-3} = 10^{2x(-3)} = 10^{-6}$	$\frac{1}{(10x10)^3} = \frac{1}{10x10} x \frac{1}{10x10} x \frac{1}{10x10}$ $= \frac{1}{10x10x10x10x10x10} = 10^{-6}$
négatif	négatif	$(10^{-2})^{-3} = 10^{(-2)x(-3)} = 10^6$	$\left(\frac{1}{10x10}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{10x10}\right)^3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{10x10}\right)x\left(\frac{1}{10x10}\right)x\left(\frac{1}{10x10}\right)}$ $= \frac{1}{\frac{1}{10x10x10x10x10x10}} = 1x\frac{10x10x10x10x10x10}{1}$ $= 10x10x10x10x10x10$

1-6-3 <u>Décalages de la virgule, ajout ou suppression de zéros à un nombre</u> :

Opération en notation décimale habituelle	Opération correspondante en notation scientifique	Exemples	Opération qui revient à :
Décaler la virgule d'un cran vers la droite	Augmenter l'<u>exposant</u> d'une unité	$123{,}45 \rightarrow 1234{,}5$ $1{,}2345x10^2 \rightarrow 1{,}2345x10^3$	Multiplier par 10
		ou $0{,}00123 \rightarrow 0{,}0123$ $1{,}23x10^{-3} \rightarrow 1{,}23x10^{-2}$	
Ajouter un zéro à droite d'un nombre entier		$123 \rightarrow 1230$ $1{,}23x10^2 \rightarrow 1{,}23x10^3$	
Décaler la virgule d'un cran vers la gauche	Diminuer l'<u>exposant</u> d'une unité	$123{,}45 \rightarrow 12{,}345$ $1{,}2345x10^2 \rightarrow 1{,}2345x10^1$	Diviser par 10 (ou multiplier par 10^{-1})
		ou $0{,}00123 \rightarrow 0{,}000123$ $1{,}23x10^{-3} \rightarrow 1{,}23x10^{-4}$	
Ajouter un zéro entre la virgule et le premier chiffre non nul		$0{,}00123 \rightarrow 0{,}000123$ $1{,}23x10^{-3} \rightarrow 1{,}23x10^{-4}$	

1-7 Notation scientifique d'un nombre :

Tout nombre non nul peut être écrit sous la forme du produit entre une puissance de 10 et un nombre, appelé mantisse, compris entre 1 (inclus) et 10 (exclus) :

$$\boxed{\text{nombre} = \text{mantisse} \times 10^{\text{exposant}}}$$

Quelques exemples :

$$12345 = \underbrace{1{,}2345}_{\text{mantisse}} \times 10^{\overbrace{4}^{\text{exposant}}} \qquad 75 = \underbrace{7{,}5}_{\text{mantisse}} \times 10^{\overbrace{1}^{\text{exposant}}}$$

$$10 = \underbrace{1}_{\text{mantisse}} \times 10^{\overbrace{1}^{\text{exposant}}} \qquad 1 = \underbrace{1}_{\text{mantisse}} \times 10^{\overbrace{0}^{\text{exposant}}}$$

$$0{,}099 = \underbrace{9{,}9}_{\text{mantisse}} \times 10^{\overbrace{-2}^{\text{exposant}}} \qquad 999999 = \underbrace{9{,}99999}_{\text{mantisse}} \times 10^{\overbrace{5}^{\text{exposant}}}$$

etc.

Remarques :

- Pour un nombre écrit au départ en notation décimale habituelle, la mantisse et l'exposant s'obtiennent par décalage à gauche ou à droite de la virgule et en comptant le nombre de décalages effectués.

- pour un nombre donné, il n'existe qu'une mantisse et qu'un seul exposant. On dit qu'il y a unicité de la décomposition d'un nombre en notation scientifique.

- par définition, $1 \leq \begin{pmatrix} \text{mantisse} \\ \text{d'un nombre} \end{pmatrix} < 10$

- la notation scientifique a au moins deux avantages majeurs sur la notation décimale habituelle :

- moins de signes pour coder un nombre donné donc moins de risques d'erreur à l'écriture comme à la lecture. Par exemple : 1 370 000 000 000 000 000 (19 signes, 25 en comptant les espaces) se note plus simplement sous la forme $1{,}37 \times 10^{18}$ (9 signes). Autre exemple : 0,000 000 008 (11 signes) sous la forme 8×10^{-9} (6 signes)

- une très grande facilité pour mener des opérations entre nombres (notamment la multiplication ou la division). Exemple $2 \times 10^{24} \times 4 \times 10^{-11} = 8 \times 10^{24-11} = 8 \times 10^{13}$ (les exposants s'ajoutent dans une multiplication !). De plus les calculs sur les mantisses seront facilités parce que ce sont des nombres compris entre 1 et 10.

1-8 Ordre de grandeur d'un nombre :

On appelle ordre de grandeur d'un nombre, la puissance de 10 de son écriture scientifique.

Par exemple, l'ordre de grandeur de 2456 est 10^3 puisque ce nombre s'écrit $2{,}456 \times 10^3$ en notation scientifique.

Autre exemple, l'ordre de grandeur de 0,0734 est 10^{-2} puisque ce nombre s'écrit $7{,}34 \times 10^{-2}$ en notation scientifique.

L'ordre de grandeur d'un nombre sera très utile en sciences physiques quand on voudra montrer qu'un nombre est beaucoup plus grand qu'un autre. Voici un exemple :

On désire comparer $1{,}7 \times 10^{-27}$ avec $9{,}1 \times 10^{-31}$. L'ordre de grandeur du premier nombre est 10^{-27} tandis que celui du deuxième est 10^{-31}. On constate qu'il faut multiplier le second ordre de grandeur par 10^4, c'est à dire par 10000 pour obtenir le premier. Autrement dit, le premier nombre est beaucoup plus grand que le second.

2- Les grandeurs en sciences physiques :

2-1 Définitions :

La taille d'un objet, la surface d'un terrain, le volume d'un réservoir, la fréquence des battements d'un cœur, etc. sont des exemples de grandeurs physiques. Ces grandeurs peuvent prendre des valeurs qui dépendent de l'objet considéré, voire dépendent du temps ou du lieu.

La valeur que prend une grandeur est nécessairement accompagnée d'une unité qui lui donne sa signification.

Exemple : dire que la longueur d'un objet vaut 153,2 n'a aucune signification.
Dire que la longueur de cet objet vaut 153,2 mm signifie que la grandeur physique appelée longueur prend une valeur qui vaut 153,2 multiplié par une longueur élémentaire (l'unité utilisée) appelée millimètre :

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\text{Longueur}\\ \text{de l'objet}\end{pmatrix}}_{\text{Valeur de la grandeur physique}} = \underbrace{153{,}2}_{\text{Nombre}} \times \underbrace{1\,\text{mm}}_{\text{Unité utilisée}} = 153{,}2\ \text{mm}$$

Autrement dit, en sciences physiques, une valeur n'est pas un simple nombre mais l'ensemble formé par un nombre et une unité.

La valeur d'une grandeur physique peut être obtenue par mesures ou par calculs à partir de mesures. Or une mesure ne saurait être exacte : une mesure peut juste être un peu moins imprécise qu'une autre. La précision est une affaire de savoir-faire et de connaissances mais aussi d'opportunité car, même si on avait en principe les moyens de le faire, on n'a pas nécessairement besoin de connaître une valeur avec beaucoup de précision pour un usage donné.

Exemples :

- la taille d'un être humain est mesurée au cm près sans jamais chercher à être plus précis (notamment parce que, pour un même individu, la taille varie d'un cm environ entre le matin et le soir et qu'on n'a que faire d'une "meilleure" précision pour les questions d'habillement, etc. dans la vie courante)

- la distance entre deux villes est, en général, mesurée au kilomètre près (en fait, entre deux endroits de chaque ville). Personne n'a besoin de connaître la distance entre Paris et Marseille au millimètre près !

- les dimensions des pièces dans un appartement sont données (et garanties) au cm près. Une meilleure précision exigerait notamment d'être sûr que les murs sont parallèles au mm près, ce qu'on ne sait pas faire actuellement ou alors à un coût tel que les prix des appartements exploseraient sans que cela apporte d'amélioration concrète au bien-être des habitants !

- la sonnerie qui signale le début d'un cours est donné à la minute près. Cela signifie qu'un retard de quelques secondes est admis tandis qu'un retard supérieur à une minute est sanctionné. Avis à tous les élèves !

- en athlétisme, dans une course de 100 m, la vitesse atteinte par des coureurs de haut niveau est de l'ordre de 10^1 m/s. A cette vitesse, la distance parcourue par un coureur est de l'ordre du millimètre. or une telle distance est indétectable à l'arrivée et on se "contente" de chronométrer au millième de seconde près.

2-2 Unités pour les valeurs de grandeurs physiques, le système international d'unités (S.I.U.) :

A ce jour, la plupart des pays du monde ont ratifié une charte pour utiliser des unités identiques pour chaque type de grandeur. Les unités de base qui composent actuellement le Système International d'Unités (acronyme S.I.U.) sont légales en France depuis 1962.

2-2-1 Unités de base du S.I.U. :

Voici un tableau regroupant quelques unes des unités de base qui forment ce système :

Grandeur physique	Longueur ou distance	Surface	Volume ou capacité	masse d'un objet	Masse volumique d'un matériau	Durée d'un phénomène	Vitesse d'un point mobile	Force appliquée sur un objet
Unité de base dans le S.I.U.	mètre	mètre-carré	mètre-cube	kilogramme	kilogramme par mètre-cube	seconde	mètre par seconde	Newton
Symbole	m	m^2	m^3	kg	kg/m^3	s	m/s	N

Grandeur physique	Energie transportée ou stockée	Puissance d'un processus	Intensité d'un courant électrique	Tension électrique entre 2 points	Résistance d'un conducteur ohmique	Fréquence d'un phénomène périodique
Unité de base dans le S.I.U.	Joule	Watt (ou joule par seconde)	Ampère	Volt	Ohm (ou Volt par Ampère)	Hertz
Symbole	J	W (ou J/s)	A	V	Ω (ou V/A)	Hz

Remarque :

- l'unité de base pour les masses est le kilogramme et non le gramme dans le S.I.U.

- certaines unités restent très utilisées dans la vie quotidienne bien qu'elles ne soient ni des unités de base du S.I.U. ni des multiples ou sous multiples décimaux de ces unités de base. Exemples classiques : le cheval vapeur pour les puissances des moteurs, le kilowatt-heure pour les énergies électriques facturées ou les kilomètres par heure pour les vitesses.

- certaines unités sont dérivées d'autres. Ainsi l'unité de surface comme celle de volume dérive de l'unité de longueur. Celle de vitesse (m/s) dérive du mètre et de la seconde. De même, l'unité de puissance (le Joule par seconde) dérive de l'unité d'énergie (le Joule) et de l'unité de temps (la seconde). L'unité de puissance a été appelée par commodité plus simplement le Watt. Enfin, l'unité de résistance électrique (le Volt par ampère) dérive du de l'unité de tension (le Volt) et de l'unité d'intensité de courant (l'Ampère) et on l'a appelée plus simplement l'Ohm. Vous aurez l'occasion d'étudier plus tard bien d'autres unités dérivées.
Finalement, on peut dire qu'il y a des unités fondamentales et d'autres qui sont dérivées. Parmi les unités fondamentales, on trouve le mètre, la seconde, le kilogramme et l'ampère.

2-2-2 Préfixes multiplicateurs ou diviseurs :

On utilise les multiples ou sous multiples décimaux de ces unités de base en définissant des préfixes multiplicateurs ou diviseurs :

Préfixes multiplicateurs et symbole	déca (da)	hecto (h)	kilo (k)	méga (M)	giga (G)	téra (T)	péta (P)
Multiplie l'unité qui suit par	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}	10^{15}

Préfixes diviseurs et symbole	déci (d)	centi ©	milli (m)	micro (μ)	nano (n)	pico (p)	femto (f)
Divise l'unité qui suit par	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}	10^{15}
Multiplie l'unité qui suit par	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}

3- Précision d'une valeur en notation scientifique :

3-1 La précision d'un nombre en écriture décimale habituelle :

Prenons l'exemple d'une distance valant 1,2 cm (mesurée au mm près). Ecrire cela signifie que le chiffre 1 de la valeur est certain ainsi que le chiffre 2 mais qu'après viennent des chiffres qu'on ne connaît pas mais qui ne valent probablement pas 0.

Ainsi, en sciences physiques, écrire qu'une distance vaut 1,2 cm ne veut pas dire que cette distance vaut exactement 1,2 cm mais qu'en écriture ordinaire seuls les deux premiers chiffres sont connus.

Autrement dit, 1,2 cm devrait plutôt s'écrire 1,2???… cm où les points d'interrogation désignent des chiffres qu'on ne connaît pas.

Evidemment, pour des raisons de simplicité, on n'écrit pas une valeur avec des points d'interrogation, mais on les sous-entend : pour un physicien, à droite du dernier chiffre écrit, il y a des chiffres non écrits car inconnus et qui ne sont pas tous nuls.

Vocabulaire : on appelle nombre de chiffres significatifs d'une valeur donnée, le nombre de chiffres connus de cette valeur.

Remarque : si un physicien écrit qu'une distance vaut 7,50 km, le chiffre 0 à droite n'est pas facultatif car le physicien fait ainsi une nette différence entre 7,5 km et 7,50 km :

- la première écriture veut dire que seuls les chiffres 7 et 5 de ce nombre sont connus et qu'après viennent des chiffres qu'on ne connaît pas. On dit que cette valeur est connue avec 2 chiffres significatifs

- la deuxième écriture signifie que les trois premiers chiffres de ce nombres sont connus : le 7, le 5 et le 0. On dit que cette valeur est connue avec 3 chiffres significatifs

En d'autres termes, la valeur 7,50 m est dix fois plus précise que la valeur 7,5 m. On dit aussi que 7,50 a un chiffre significatif de plus que 7,5.

3-2 La précision d'un nombre en écriture scientifique :

En sciences physiques, une puissance de 10 est un nombre exact. Par exemple, si on écrit 10^3, cela désigne le nombre 1000,00… avec un nombre infini de 0 (qu'on n'écrit évidemment pas) après la virgule.

En revanche, toujours en sciences physiques, la précision d'une valeur sera indiquée par le nombre de chiffres écrits dans la mantisse. Rappelons qu'en maths, la mantisse d'un nombre quelconque est, par nature, un nombre compris entre 1 (inclus) et 10 (exclus).

Exemple 1 : Lorsqu'on écrit que la vitesse de la lumière vaut 3×10^8 m/s. Dans cette écriture, la mantisse vaut 3 (avec un seul chiffre écrit). Cela ne veut pas dire le nombre 3 exact des mathématiques mais un nombre qui commence par 3 mais dont les chiffres suivants ne sont pas connus. Ainsi, cette valeur pourrait plutôt s'écrire 3,??…x 10^8 m/s, valeur donnée avec 1 seul chiffre significatif.

Exemple 2 : La vitesse de la lumière dans le vide est connue depuis longtemps par les physiciens avec un grand nombre de chiffres significatifs. Ecrire qu'elle vaut 3×10^8 m/s n'est pas une erreur mais une décision pensée : un physicien n'a pas souvent besoin de tenir compte de tous les chiffres connus dans l'usage qu'il est en train d'en faire. C'est lui qui décide du nombre de chiffres dont il a besoin pour un usage donné.
Ainsi, la valeur de cette vitesse, écrite avec 5 chiffres significatifs est $2{,}9979 \times 10^8$ m/s. Pour l'écrire avec un seul chiffre significatif (3×10^8 m/s), on arrondit bien sûr à l'entier le plus proche qui est 3 et non pas 2.

Exemple 3 : Ecrire qu'une durée vaut $8{,}00 \times 10^{-5}$ s signifie que sa valeur est connue avec 3 chiffres significatifs (après le deuxième 0, viennent des chiffres non nuls qu'on ne connaît pas ou dont on a décidé qu'on n'avait pas besoin).
Cette valeur aurait aussi pu s'écrire en notation habituelle (quoique de façon moins commode) sous la forme 0,0000800 s.

Remarque fondamentale : dans l'écriture ordinaire précédente, les zéros écrits à gauche du premier chiffre non nul ne sont pas des chiffres significatifs. Ces zéros ne donnent ni plus ni moins de précision dans l'écriture de la valeur. Ainsi, en sciences physiques, il est parfaitement identique (du point de vue de la précision) d'écrire 8,00 x 10^{-5} s ou 0,800 x 10^{-4} s ou 0,0800 x 10^{-3} s ou 0,00800 x 10^{-2} s, etc. Evidemment, la première écriture est plus simple car elle nécessite le minimum de signes.

En résumé,

- en écriture scientifique ou ordinaire, si à droite d'un chiffre non nul un zéro est écrit alors ce zéro est significatif.

- en notation ordinaire, un zéro écrit à gauche du premier chiffre non nul n'est jamais significatif.

- la précision avec laquelle est donnée une valeur en sciences physiques est mesurée par le nombre de chiffres non nuls de sa mantisse (donc en notation scientifique).

4- Calcul numérique scientifique :

4-1 Calcul du produit de deux valeurs :

On veut, par exemple, calculer la surface d'une pièce de longueur 6,7 m et de largeur 5,3 m.
Pour cela il faut calculer le produit des deux dimensions.

Une calculatrice donne le résultat du calcul 6,7 x 5,3 = 35,51 (1$^{\text{ère}}$ présentation du calcul qui est simplement posé)

Mais un physicien n'acceptera pas la réponse 35,51 pour deux raisons qui seront exposés en détail dans les parties 4-1-1 et 4-1-2 ci dessous :

4-1-1 Le calcul sur des valeurs est aussi un calcul sur les unités :

D'abord, parce qu'il ne s'agit pas d'un calcul sur des nombres en soi mais sur des valeurs de grandeurs physiques et qui ont, à ce titre, des unités.
Ici, on multiplie une valeur en mètres par une autre valeur en mètres, on obtient ainsi une valeur en mètre au carré (noté m^2).

Le calcul numérique en sciences physiques n'est pas qu'un calcul sur des nombres mais aussi sur des unités. Les unités obéissent aussi à des règles de calcul et qui sont les mêmes qui régissent le calcul sur les nombres.

Voici comment on pourrait présenter le calcul de la surface de la pièce en sciences physiques :

$(\text{Surface de la pièce}) = 6{,}7\,\text{m} \times 5{,}3\,\text{m} = 35{,}51\,\text{m}^2$ (2$^{\text{ème}}$ présentation)

Dans ce calcul, on écrit d'abord la signification de ce qu'on calcule (ici la surface de la pièce et en toute lettre). On aurait pu, bien sûr, utiliser une notation plus courte comme S mais à la condition d'avoir au préalable défini explicitement S par une phrase du type "calculons la surface S de la pièce :"

Ensuite, on écrit les unités à l'intérieur même du calcul posé. Cela est une grande différence avec le point de vue des mathématiques où on calcule avant tout sur des nombres alors que les sciences physiques calculent avec des valeurs (c'est à dire des nombres avec des unités).

Ecrire les unités dès qu'on pose le calcul numérique n'est pas habituel pour vous mais c'est une garantie de bien maîtriser ce que vous faites (on ne contrôle pas bien ce qu'on n'écrit pas…) et cela sert notamment à connaître l'unité du résultat d'un calcul un peu compliqué.

Sur ce premier exemple, très simple, on voit la subtilité de ce qu'est un calcul de sciences physiques qui est bien plus qu'un simple calcul sur des nombres.

Mais, il y a encore plus subtil. Un physicien n'acceptera pas la deuxième présentation même si elle est meilleure que la première.

4-1-2 L'imprécision des données rejaillit forcément sur le résultat :

Le calcul de la surface utilise de valeurs qui ne sont pas exactes et dont la précision dépend à la fois des moyens utilisés pour les mesurer et des besoins de la personne qui fait le calcul.

Dans l'exemple pris, les dimensions sont données avec deux chiffres significatifs. Il faut se rappeler qu'écrire 6,7 m signifie qu'après le chiffre 7, il y a d'autres chiffres non nuls qui ne sont pas connus ou qu'on n'a pas besoin de connaître. De même pour l'autre donnée 5,3 m.

Autrement dit, si on avait mesuré ces dimensions avec plus de précision, on aurait peut-être pu obtenir entre 6,70 m et 6,74 m d'une part et entre 5,30 m et 5,34 m d'autre part. Au maximum possible, le calcul aurait donné :

$$(\text{Surface de la pièce}) = 6{,}74\,\text{m} \times 5{,}34\,\text{m} = 35{,}9916\ \text{m}^2$$

Si on compare les résultats obtenus, on constate que les deux premiers chiffres sont identiques (le 3 et le 5) mais plus après. Autrement dit, les chiffres 5 et 1 après la virgule obtenus dans la 2$^{\text{ème}}$ présentation supposent que les données 6,7 et 5,3 sont exactes ce qui n'est évidemment pas le cas. Autrement dit, l'application aveugle des règles de calcul des mathématiques mène à un résultat où des chiffres ne sont pas significatifs (au sens où ils n'ont pas de signification).

Ces chiffres n'étant pas significatifs, il serait ridicule de les écrire. Par conséquent, il faut arrondir le résultat du calcul, ici, aux deux premiers chiffres :

$$(\text{Surface de la pièce}) = 6{,}7\,\text{m} \times 5{,}3\,\text{m} = 35\ \text{m}^2 \quad (3^{\text{ème}}\ \text{présentation})$$

On peut ainsi énoncer une règle essentielle du calcul numérique en sciences physiques : le résultat d'un calcul hérite de l'imprécision des données de départ de ce calcul.

Remarque : dans cette 3$^{\text{ème}}$ présentation, on a utilisé le signe égal alors qu'en toute rigueur on aurait dû utiliser le signe "≈". En fait, tout calcul numérique en sciences physiques devrait utiliser systématiquement ce signe puisque, dès le départ, on travaille avec des valeurs non exactes. Mais l'usage veut qu'on écrive le signe "=" habituel. On se conformera donc à cet usage universel tout en étant conscient qu'il ne s'agit pas d'égalités au sens de l'exactitude mathématique.

4-1-3 Règle d'arrondi du résultat dans un produit de deux valeurs :

Reprenons le calcul de la surface de la pièce en supposant qu'une des dimensions a été mesurée avec une meilleure précision que l'autre : par exemple 6,7 m (deux chiffres significatifs) et 5,31 m (3 chiffres significatifs).

Une calculatrice donne 35,577 sans faire de coupure. Or, on sait maintenant que dans la donnée 6,7 m, le chiffre 7 peut être suivi de n'importe lequel des chiffres 0, 1, 2, 3 ou 4 et que, de même, dans la donnée 5,31 m, le chiffre 1 peut être suivi de n'importe lequel des chiffres 0, 1, 2, 3 ou 4.

Ainsi, au maximum, la surface aurait valu :

$(\text{Surface de la pièce}) = 6{,}74\ \text{m} \times 5{,}314\ \text{m}$ où une calculatrice donne le nombre 35,81636.

On constate alors que les seuls chiffres certains sont les deux premiers et que les autres ne sont pas significatifs. On arrondira donc le résultat à deux chiffres significatifs ainsi :

$$(\text{Surface de la pièce}) = 6{,}7\ \text{m} \times 5{,}31\,\text{m} = 35\ \ \text{m}^2$$

En fait, si on y regarde de près, il n'a servi à rien de disposer d'une donnée à 3 chiffres significatifs alors que l'autre n'était connue qu'avec deux. On peut ainsi énoncer la règle suivante :

Dans le calcul numérique d'un produit de deux données, le résultat hérite de l'imprécision de la donnée qui a la moins bonne précision (c'est à dire le moins de chiffres significatifs).

Règle qu'on peut reformuler de façon encore plus pratique :

Dans le calcul numérique d'un produit de deux données, on arrondit le résultat au nombre de chiffres significatifs de la donnée la moins bien connue.

4-1-4 Un autre exemple qui reprend l'ensemble des notions précédentes :

La lumière, dans le vide se propage à la vitesse de $2{,}998.10^8$ m/s. Quelle distance, notée d et exprimée en mètres, parcourt-elle dans le vide en $1{,}0\text{x}10^{-9}$ s (c'est à dire 1,0 ns) ?

Voici comment on peut poser le calcul et le développer pas à pas jusqu'à sa conclusion :

$$\begin{aligned} d &= 2{,}998 \text{x} 10^8 \frac{m}{s} \text{x} 1{,}0\text{x}10^{-9} \text{ s} \\ &= 2{,}998 \text{x} 1{,}0 \text{x} 10^8 \text{ x} 10^{-9} \frac{m \text{ x } s}{s} \\ &= 2{,}998 \text{x} 1{,}0 \text{x} 10^8 \text{ x} 10^{-9} \text{ m} \\ &= 2{,}998 \text{x} 1{,}0 \text{x} 10^{-1} \text{ m} \\ &= 3{,}0 \text{x} 10^{-1} \text{ m ou encore } 0{,}30 \text{ m} \end{aligned}$$

Dans ce calcul, on a utilisé la démarche suivante :

1- on a posé le calcul en écrivant chaque donnée en notation scientifique avec son unité.

2- on a regroupé ensemble dans un premier "paquet" les mantisses puis dans un autre "paquet" les puissances de 10 et enfin dans un troisième "paquet" les unités.

3- on a calculé l'unité du résultat (les unités fonctionnent comme les nombres, en suivant les mêmes règles, notamment de simplification).

4- on a calculé la puissance de 10 du résultat en utilisant les règles de calcul mathématiques sur les puissances de 10 (voir rappel au 1er paragraphe de ce chapitre).

5- on a calculé la valeur de la mantisse en arrondissant au nombre de chiffres de la donnée la moins bien connue.

Remarques :

- parmi les deux données, la première est connue avec 4 chiffres significatifs (2,998), la deuxième avec seulement 2 chiffres significatifs (1,0). On a donc arrondi le résultat de la multiplication (2,998) à deux chiffres, c'est à dire à 3,0 (et non pas 2,9 qui aurait été une coupure)

- Les unités fonctionnant comme les nombres, diviser des mètres par des secondes dans une vitesse revient à multiplier des mètres par des secondes à la puissance –1. On pourra ainsi chiffrer une vitesse aussi bien en m/s qu'en $m.s^{-1}$.
De même on pourra très bien chiffrer une masse volumique en $kg.m^{-3}$, une puissance en $J.s^{-1}$ ou une résistance en $V.A^{-1}$.(voir le tableau de la partie 2-2 sur les unités du S.I.U.)

4-2 Calcul du produit de plus de deux valeurs :

Calculons, en mètres par exemple, la distance D parcourue par la lumière dans le vide en une année terrestre. On prendra $2{,}998.10^8$ m/s pour la vitesse et on considèrera qu'une année terrestre est formée de 365 jours de 24,0 h de 3600 s (cette dernière valeur étant exacte par définition même de l'heure et de la minute).

Pour cela, il faut multiplier la valeur de la vitesse (exprimée en m/s) par la durée du parcours exprimée en s.

Présentons et menons le calcul en suivant les règles édictées au dessus dans la partie 4-1 :

$$\begin{aligned} D &= 2{,}998 \text{x} 10^8 \frac{m}{s} \text{x} 3{,}65 \text{x} 10^2 \text{ x} 2{,}40 \text{x} 10^1 \text{ x} 3{,}60... \text{x} 10^3 \text{ s} \\ &= 2{,}998 \text{x} 3{,}65 \text{x} 2{,}40 \text{x} 3{,}60... \text{x} 10^8 \text{x} 10^2 \text{ x} 10^1 \text{ x} 10^3 \text{ m} \\ &= 2{,}998 \text{x} 3{,}65 \text{x} 2{,}40 \text{x} 3{,}60... \text{x} 10^{14} \text{ m} \\ &= 94{,}5 \text{x} 10^{14} \text{ m} = 9{,}45 \text{x} 10^1 \text{ x} 10^{14} \text{ m} \\ &= 9{,}45 \text{x} 10^{15} \text{ m} \end{aligned}$$

Remarques :

- pour ce qui concerne les unités, on aurait très bien pu écrire la vitesse en $m.s^{-1}$ et la multiplier par des s. On obtient alors des $m.s^{-1}.s$ donc des $m.s^{0}$ c'est à dire des m (dans le calcul formel sur les unités, s^{0} compte comme 1)

- ici, la première valeur est connue avec 4 chiffres significatifs, les deux suivantes avec seulement 3 chiffres significatifs et la dernière est exacte (donc un nombre de chiffres significatifs aussi grand qu'on veut). Les données les moins bien connues ont, ici, 3 chiffres significatifs ce qui conduit à arrondir le résultat à 3 chiffres significatifs.

- il est possible que le produit du "paquet" de mantisses à multiplier entre elles donne un résultat plus grand que 10. Comme c'est le cas ici, on réécrit finalement le résultat en notation scientifique standard.

- le seul moment où on utilise une calculatrice est l'obtention à trois chiffres significatifs du produit des quatre mantisses 2,998 x 3,65 x 2,40 x 3,60. Il serait néanmoins très maladroit de ne compter que sur votre prothèse pour en trouver le résultat. Pour d'innombrables raisons (stress, excès de confiance en soi, manque de temps, faute de frappe, etc.) l'usage incontrôlé de la calculatrice mène souvent, c'est un fait constaté, à des erreurs stupides. Il convient donc, en parallèle, de disposer d'un autre moyen de calcul.

En fait, il n'est pas besoin d'effectuer le même calcul à la main mais on peut très efficacement contrôler le résultat fourni par la calculatrice en procédant ainsi :

1- on arrondit tous les nombres à l'entier le plus proche (ce qui revient à n'utiliser 1 chiffre significatif). Ici, cela donne 3 x 4 x 2 x 4.

2- de tête, on calcule le résultat à un chiffre significatif (ici cela donne 1×10^{2}).

3- on compare ce résultat à celui donné par la calculatrice (lui même arrondi à 1 chiffre significatif).

4- s'il y a une grande différence alors il y a très probablement une erreur et on re-vérifie le calcul car il est beaucoup plus facile de détecter une erreur quand on est sûr qu'il y en a une.

En d'autres termes, vous avez le droit de vous tromper dans la mise en œuvre d'un calcul numérique ("l'erreur est humaine") mais vous n'avez pas le droit de ne pas vous en apercevoir…

4-3 Calcul du rapport de deux valeurs :

La technique de mise en œuvre du calcul est la même qu'au paragraphe précédent.

4-3-1 Premier exemple :

On veut calculer la vitesse moyenne V d'un coureur qui parcourt 100,00 m en 9,78 s.

$$V = \frac{100{,}00\text{m}}{9{,}78\text{s}} = \frac{1{,}0000 \times 10^{2}\ \text{m}}{9{,}78\text{s}} = \frac{1{,}0000}{9{,}78} \times 10^{2}\ \text{m/s}$$

Le rapport des deux mantisses, arrondies à 1 chiffre significatif, donne 1/10 soit 1×10^{-1} ou 0,1. Le résultat est donc voisin de 1×10^{1} m/s.

Pour ce rapport, avec 3 chiffres significatifs, la calculatrice donne 0,102. Ce qui est conforme à l'estimation faite "de tête"

La valeur de la vitesse cherchée est donc $V = 0{,}102 \times 10^{2}$ m/s, c'est à dire $1{,}02 \times 10^{1}$ m/s

4-3-2 Cas particulier du rapport de deux valeurs exprimées dans la même unité :

Un champ a la forme d'un rectangle de longueur 51,2 m et de largeur 34,7 m. On veut planter un piquet tous les 2,0 m environ pour réaliser une clôture. Combien faudra-t-il de piquets ?

Le périmètre du champ vaut 2 x (51,2m + 34,7m) c'est à dire 172 m environ

Il faudra donc $\frac{172\,m}{2{,}0\,m}$ soit 86 piquets

NB : on re-vérifie ici que les unités se comportent comme les nombres dans les multiplications comme dans les divisions. Notamment quand on divise une valeur par une autre exprimée dans la même unité, alors on obtient une valeur qui n'a pas d'unité (au sens des sciences physiques).

4-3-3 Autre exemple du cas particulier précédent, la comparaison de deux valeurs :

Lorsque deux valeurs d'une même grandeur physique sont exprimées dans la même unité, on peut les comparer.

La première façon de comparer est de calculer le rapport de la plus grande avec la plus petite. Par exemple, on peut comparer 17,8 m avec 0,142 m en calculant la valeur du rapport $\frac{17{,}8\,m}{0{,}142\,m}$:

$\frac{17{,}8\,m}{0{,}142\,m} = \frac{1{,}78x10^2}{1{,}42x10^{-1}} = 1{,}25x10^2 = 125$ valeur, évidemment, sans unité comme dans l'exemple précédent.

On peut alors dire que 17,8 m est 125 fois plus grand que 0,142 m

Une deuxième façon possible de comparer est de calculer l'écart relatif entre les deux valeurs :

$$\begin{pmatrix} \text{écart relatif} \\ \text{entre deux valeurs} \\ \text{exprimées dans la même unité} \end{pmatrix} \overset{\text{déf}}{=} \frac{\begin{pmatrix} \text{valeur} \\ \text{la plus grande} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{valeur} \\ \text{la plus petite} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \text{valeur} \\ \text{la plus petite} \end{pmatrix}}$$

L'écart relatif est plutôt utilisé pour comparer des valeurs assez proches. Par exemple, si on désire comparer 15,4 m avec 17,8 m :

$$\begin{pmatrix} \text{écart relatif} \\ 15{,}4\,m \text{ et } 17{,}8\,m \end{pmatrix} = \frac{17{,}8\,m - 15{,}4\,m}{15{,}4\,m} = \frac{2{,}4}{15{,}4} = 0{,}16$$

On peut alors dire que 17,8 m est environ 16% supérieur à 15,4 m

4-4 Calcul d'une expression où un produit de valeurs est divisé par un autre produit de valeurs :

Examinons un autre exemple, encore un peu plus élaboré.

Cette année, dans un chapitre sur les propriétés des gaz, on établira que la quantité de molécules contenues dans l'air d'une pièce de 4,2 m de long, 3,0 m de large et 2,3 m de haut (l'air étant à 20°c et à la pression atmosphérique habituelle) est donnée par l'expression $\frac{1013x10^2 x4{,}2x3{,}0x2{,}3x6{,}02x10^{23}}{8{,}31x293}$

La démarche de calcul est basée sur celle des parties 4-1 et 4-2 :

On transforme systématiquement toutes les données en notation scientifique si ça n'est pas déjà fait :

$$\frac{1013x10^2 x4{,}2x3{,}0x2{,}3x6{,}02x10^{23}}{8{,}31x293} = \frac{1{,}013x10^3 x10^2 x4{,}2x3{,}0x2{,}3x6{,}02x10^{23}}{8{,}31x2{,}93x10^2}$$

Ensuite on regroupe en un même "paquet" toutes les mantisses et dans un autre "paquet" toutes les puissances de 10 :

$$\frac{1{,}013 x 10^3 \ x 10^2 \ x 4{,}2 x 3{,}0 x 2{,}3 x 6{,}02 x 10^{23}}{8{,}31 x 2{,}93 x 10^2} = \frac{1{,}013 x 4{,}2 x 3{,}0 x 2{,}3 x 6{,}02}{8{,}31 x 2{,}93} x \frac{10^3 \ x 10^2 \ x 10^{23}}{10^2}$$

Ensuite, on réduit le "paquet" de puissances de 10 à une seule puissance en utilisant les règles de calcul :

$$\frac{1,013 \times 4,2 \times 3,0 \times 2,3 \times 6,02}{8,31 \times 2,93} \times \frac{10^3 \times 10^2 \times 10^{23}}{10^2}$$
$$= \frac{1,013 \times 4,2 \times 3,0 \times 2,3 \times 6,02}{8,31 \times 2,93} \times 10^{3+2+23-2}$$
$$= \frac{1,013 \times 4,2 \times 3,0 \times 2,3 \times 6,02}{8,31 \times 2,93} \times 10^{26}$$

Ensuite, on calcule au brouillon et de tête – en tout cas sans calculatrice- la valeur à un chiffre significatif du "paquet" de mantisses (étape essentielle qui permettra de contrôler la valeur donnée par la calculatrice à l'étape suivante) :

On arrondit ainsi tous les nombres du paquets de mantisses à l'entier le plus proche : $\frac{1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 6}{8 \times 3}$

Ce qui donne, après simplification, la valeur 6.

Autrement dit, on sait déjà que la paquet de mantisses vaut environ 6. Peut-être vaut-il 6,8 voire 5,7 ou 7,4 mais on sait que cela "tourne" autour de 6. Ainsi, à l'étape suivante, si, par suite d'une erreur de manipulation, la calculatrice donne un résultat très différent, on sera alerté et on recommencera le calcul jusqu'à trouver une valeur compatible, c'est à dire ici, proche de 6.

La calculatrice donne : $\frac{1,013 \times 4,2 \times 3,0 \times 2,3 \times 6,02}{8,31 \times 2,93} = 7,258...$

La valeur trouvée est bien compatible avec l'estimation à 1 chiffre opérée précédemment.

On arrondit ensuite le résultat au nombre de chiffre significatif de la donnée la plus imprécise (qui, on le rappelle, impose son imprécision au résultat du calcul !). Ici, les données les moins bien connues sont les dimensions de la pièce qui n'ont que 2 chiffres significatifs.

On conclut alors qu'il y a $7,3 \times 10^{26}$ molécules dans la pièce.

4-5 Calcul d'une somme (ou d'une différence) de deux valeurs :

Alors que l'addition (ou la soustraction) paraît, a priori, plus "simple" que la multiplication ou la division, ce n'est pas souvent le cas lorsqu'on travaille avec des grandeurs physiques. Nous allons étudier cette situation apparemment paradoxale sur quelques exemples.

4-5-1 Premier exemple :

Si additionner 4,2 et 23,4 est élémentaire en arithmétique, additionner, par exemple, 4,2 heures à 23,4 kilowatts n'a aucun sens en sciences physiques.

Cela nous amène à énoncer le premier principe de l'addition numérique en sciences physiques :

Ajouter (ou soustraire) des valeurs qui ne sont pas de même nature n'a aucun sens en sciences physiques

4-5-2 Deuxième exemple :

Un train est formé d'une locomotive de longueur 8,7 m et de 5 wagons de 10,4 m chaque élément du train étant séparé par une distance de 65 cm. On demande la longueur totale du train.

Les 6 éléments du train sont séparés par 5 intervalles. La longueur totale du train est ainsi donnée par l'expression :

L = 8,7 m + 5x10,4 m + 5x65 cm (ici, le nombre 5 est exact tandis que les autres nombres sont approchés).

Il s'agit de la somme de trois termes dont on peut calculer séparément la valeur :

L = 8,7 m + 52,0 m + $3,0 \times 10^2$ cm

Si on a omis d'indiquer les unités, on risque fort d'effectuer 8,7 + 52 + 300 pour trouver le résultat évidemment faux de 360,2 m !

On énonce ainsi le deuxième principe de l'addition en sciences physiques :

On ne peut ajouter (ou soustraire) des valeurs que si elles sont exprimées dans la même unité.

Dans notre exemple, on peut, par exemple convertir toutes les valeurs additionnées en m (une seule conversion à faire) : L = 8,7 m + 52,0 m + 3,0 m

Finalement, on trouve que la longueur totale du train vaut 63,2 m

4-5-3 Troisième exemple : somme de produits de facteurs :

Nous ferons cette année de la "chimie quantitative". Cela consistera, par exemple, à connaître la masse de chaque type d'atomes qui existent dans la nature.

Vous savez déjà qu'un atome contient un noyau formé de protons (tous identiques entre eux) et de neutrons (tous identiques entre eux). Des électrons (tous identiques entre eux) tournent autour de ce noyau. Vous devez savoir aussi qu'un atome contient toujours autant d'électrons que de protons mais pas forcément autant de neutrons.

Dans l'exemple que nous allons traiter ici, nous allons calculer la masse d'un atome de carbone "habituel" qui contient 6 neutrons, 6 protons et donc aussi 6 électrons.

Le calcul se fera à partir de la donnée des masses d'un proton seul, d'un neutron seul et d'un électron seul. Ces données sont bien connues des physiciens et des chimistes (la façon dont ces valeurs ont été obtenues fera l'objet de développement ultérieurs car cela n'est pas le propos de ce chapitre).

$$\text{Données : } \begin{cases} (\text{masse d'un proton}) = 1{,}673 \text{ x } 10^{-27} \text{ kg} \\ (\text{masse d'un électron}) = 9{,}110 \text{ x } 10^{-31} \text{ kg} \\ (\text{masse d'un neutron}) = 1{,}675 \text{ x } 10^{-27} \text{ kg} \end{cases}$$

Nous commencerons le calcul en exprimant que la masse de l'atome est la somme des masses de ces constituants :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \text{Masse d'un atome} \\ \text{de carbone "habituel"} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \text{masse} \\ \text{des 6 protons} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{masse} \\ \text{des 6 électrons} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{masse} \\ \text{des 6 neutrons} \end{pmatrix} \\ &= 6 \text{ x } 1{,}673 \text{ x } 10^{-27} \text{ kg} + 6 \text{ x } 9{,}110 \text{ x } 10^{-31} \text{ kg} + 6 \text{ x } 1{,}675 \text{ x } 10^{-27} \text{ kg} \end{aligned}$$

Le calcul présenté ainsi satisfait bien aux deux principes de l'addition numérique en sciences physiques. On obtiendra ici la masse de l'atome en kg.

Notez également que le nombre 6 est ici un entier donc une valeur exacte.

D'un point de vue mathématiques, l'expression à calculer apparaît sous la forme d'une "somme de produits de facteurs".

La première chose à faire face à un tel "monstre" numérique est de chercher d'éventuels facteurs communs. Ici, il y a le nombre 6 qui est un facteur commun aux trois termes additionnés. Mais il y a aussi, comme il se doit, l'unité qui, ne l'oublions pas est un facteur qui multiplie chaque terme de l'addition, au même titre que les nombres. En les mettant en facteur on obtient une expression déjà un peu plus simple :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \text{Masse d'un atome} \\ \text{de carbone "habituel"} \end{pmatrix} &= 6 \text{ x } 1{,}673 \text{ x } 10^{-27} \text{ kg} + 6 \text{ x } 9{,}110 \text{ x } 10^{-31} \text{ kg} + 6 \text{ x } 1{,}675 \text{ x } 10^{-27} \text{ kg} \\ &= 6 \text{ x } \left(1{,}673 \text{ x } 10^{-27} + 9{,}110 \text{ x } 10^{-31} + 1{,}675 \text{ x } 10^{-27}\right) \text{kg} \end{aligned}$$

Remarque : l'usage veut qu'on mette les facteurs numériques en facteur devant et l'unité ainsi que les puissances de 10, derrière.

L'étape suivante consiste à faire apparaître une puissance de 10 qui soit un facteur commun à l'intérieur de la parenthèse. Ici, on remarque qu'il y a une telle puissance dans chaque terme additionné dont deux sont identiques (10^{-27}). La troisième (10^{-31}) peut être récrite sous la forme 10^{-27} x 10^{-4}, ce qui fait apparaître le facteur commun 10^{-27} :

$$\begin{pmatrix}\text{Masse d'un atome} \\ \text{de carbone "habituel"}\end{pmatrix} = 6 \times \left(1{,}673 \times 10^{-27} + 9{,}110 \times 10^{-31} + 1{,}675 \times 10^{-27}\right) \text{kg}$$

$$= 6 \times \left(1{,}673 \times 10^{-27} + 9{,}110 \times 10^{-27} \times 10^{-4} + 1{,}675 \times 10^{-27}\right) \text{kg}$$

$$= 6 \times \left(1{,}673 + 9{,}110 \times 10^{-4} + 1{,}675\right) \times 10^{-27} \text{ kg}$$

On remarque alors que ce qui reste dans la parenthèse est la somme de deux termes presque égaux et d'un troisième terme beaucoup plus petit. On pourrait poser cette opération d'une façon plus parlante ainsi :

```
    1,675??
+   1,673??
+   0,00091
-----------
    3,348??
```

On a placé des points d'interrogation pour représenter les chiffres qu'on ne connaît pas mais qui n'ont aucune raison d'être nuls. On remarque ainsi que le troisième terme n'opèrerait qu'au 4ème chiffre après la virgule alors que ces chiffres sont inconnus pour les deux premiers.
Tout juste peut on dire qu'il est très probable qu'il y ait une retenue au niveau de l'addition de ces quatrièmes chiffres. De sorte que le résultat de l'addition sera ici écrit sous la forme 3,349 (au lieu de 3,348).

Dans ces conditions :

$$\begin{pmatrix}\text{Masse d'un atome} \\ \text{de carbone "habituel"}\end{pmatrix} = 6 \times \left(1{,}673 + 9{,}110 \times 10^{-4} + 1{,}675\right) \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$= 6 \times 3{,}349 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$= 20{,}09 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$= 2{,}009 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

Finalement, calculer, en sciences physiques, c'est souvent réduire un "monstre" à sa plus simple expression en utilisant les règles de calcul de l'arithmétique.

4-6 Calcul numérique d'une racine :

Comme on l'a vu dans la partie 1-5, calculer la racine p-ième d'un nombre, c'est élever ce nombre à la puissance 1/p : $\sqrt[p]{m \times 10^n} = \left(m \times 10^n\right)^{\frac{1}{p}} = \sqrt[p]{m} \times 10^{\frac{n}{p}}$

Dans la pratique du calcul en sciences physiques, p sera égal à 2 ou 3.

Traitons un exemple numérique : on veut avoir une estimation (à 1 chiffre significatif) de la taille d'un atome de carbone. Voici le raisonnement qui y mène :

- On a vu dans la partie 4-5-3 qu'un tel atome a une masse d'environ 2 x 10^{-26} kg.

- En faisant des mesures de masses et de volumes facilement réalisables à notre échelle, on trouve que 1 cm^3 de carbone (sous forme de graphite) a une masse 2 g environ.

On déduit immédiatement que dans 2 g de graphite, le nombre d'atomes de carbone vaut :

$$\frac{2 \text{ g}}{2 \times 10^{-26} \text{ kg}} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ kg}}{2 \times 10^{-26} \text{ kg}} = 1 \times 10^{23}$$

On suppose que les atomes de carbone sont empilés comme des cubes les uns à côté des autres dans les trois dimensions. Dans ces conditions, le volume d'un seul atome vaut $\frac{1 \text{ cm}^3}{1 \times 10^{23}} = 1 \times 10^{-23} \text{ cm}^3$

La taille de l'atome vaut donc $\sqrt[3]{1\times10^{-23}\ cm^3} = \sqrt[3]{1} \times \sqrt[3]{10^{-23}} \times \sqrt[3]{cm^3} = 1\times\sqrt[3]{10^{-23}}\ cm = 1\times10^{-\frac{23}{3}}\ cm$

23 n'est pas un multiple entier de 3 mais on peut facilement se ramener à ce cas très simple en écrivant :

$$1\times10^{-\frac{23}{3}}\ cm = 1\times10^{\frac{1-24}{3}}\ cm = 1\times10^{\frac{1}{3}}\times10^{-\frac{24}{3}}\ cm = 1\times\sqrt[3]{10}\times10^{-8}\ cm = 1\times2,...\times10^{-8}cm$$

Et en arrondissant à 1 chiffre significatif, on en déduit que la taille d'un tel atome est environ $2\text{x}10^{-8}$ cm ou, si on préfère, $2\text{x}10^{-10}$ m.

Remarque sur le calcul lui-même : nous n'avons pas du tout eu besoin de calculatrice pour parvenir au résultat. Il n'a fallu que trouver par un calcul mental quel était la valeur à 1 chiffre significatif de la racine cubique de 10 et il est très facile de déterminer que la réponse est entre 2 et 3 et plus proche de 2 que de 3 puisque $2^3 = 8$ et $3^3 = 27$.

Remarque sur le raisonnement lui-même : les atomes ne sont certainement pas des cubes et encore moins empilés exactement les uns à côté des autres (c'est précisément la façon dont les atomes de carbone sont agencés les uns par rapport aux autres qui différencie le graphite et le diamant !). On pourrait donc croire que ce calcul est "faux". En fait il n'est qu'approché (comme toute chose en sciences physiques) mais il a l'immense mérite de nous donner un ORDRE DE GRANDEUR de la taille des atomes (10^{-10} m) qui est JUSTE. Voir à ce sujet le premier chapitre de chimie sur les atomes.

5- Conversion d'une valeur dans une autre unité :

Voici, sur quelques exemples, une technique de conversion d'unité(s) qui ramène systématiquement à un calcul du type de ceux abordés au paragraphe 4 :

5-1 Conversion de distance ou de longueur dans le S.I.U. :

On veut convertir la distance 6540 cm en m

Par définition, le préfixe centi multiplie par 10^{-2} : 1 cm = 10^{-2} m (correspondance exacte).

6540 cm signifie 6540 multiplié par 1 cm et on remplace 1 cm par la correspondance écrite ci-dessus :

6540 cm = 6540 x 10^{-2} m = 6,540 x 10^3 x 10^{-2} m = 6,540 x 10^1 m = 65,40 m

5-2 Conversion décimale de secondes en minutes ou de secondes en heures :

On veut convertir 2578 s en minutes.

Par définition 1 min = 60 s (correspondance exacte) donc, à l'inverse : $1s = \frac{1}{60}min$

Ainsi, $2578s = 2578\times\frac{1}{60}min = \frac{2578}{60}\ min = \frac{2,578\text{x}10^3}{6,000...\text{x}10^1}min = \frac{2,578}{6,000...}\times\frac{10^3}{10^1}min = \frac{2,578}{6,000...}\text{x}10^2\ min$

Le rapport des deux mantisses, arrondies à 1 chiffre significatif, vaut 2/6 soit 1/3 soit 0,3 (à 1 chiffre là encore)

La calculatrice donne 0,4297 (avec 4 chiffres significatifs puisque 60 est ici un nombre exact) ce qui est voisin de l'estimation "de tête", donc conforme.

On en conclut que 2578 s vaut 0,4297 x 10^2 min c'est à dire 4,297 x 10^1 min ou 42,97 min (avec ici 4 chiffres significatifs).

5-3 Conversion d'une durée en heures, minutes et secondes en une durée en secondes :

Un phénomène a duré 1h38min53s. Convertir cette durée en secondes.

Une minute vaut, par définition 60 secondes. De même, une heure vaut 60 minutes (correspondances exactes).

On remarque que la minute et l'heure ne sont pas des unités du SIU car elles ne sont pas définies par une puissance de 10 de l'unité de base (la seconde). Elles sont néanmoins d'un usage général.

1h38min = 1x60 min + 38 min = 98 min = 96x60 s = 5880 s

Enfin, 1h38min53s = 5880 s + 53 s = 5933 s = 5,933x10^3 s

Remarque : Si la durée à convertir avait été de 1h38min sans précision sur les secondes, cela aurait voulu dire que les deux derniers chiffres du résultat en secondes ne sont pas connus avec certitude. On aurait donc donné le résultat après arrondi sous la forme 5,9 x 10^3 s.

5-4 <u>Conversion de secondes en heures, minutes et secondes</u> :

Convertir 5753,2 s en heures, minutes et secondes

Il s'agit d'abord de trouver combien il y a de minutes entières dans cette durée :

$$5753{,}2\,\mathrm{s} = \frac{5753{,}2}{3600{,}0...}\,\mathrm{h} = \frac{5{,}7532 x 10^3}{3{,}60...x 10^3}\,\mathrm{h} = 1{,}...\mathrm{h}$$

La durée donnée est donc supérieure à 1 h mais inférieure à 2h. Il y a donc 5753,2 s –1x3600,0…s en plus de la première heure. C'est à dire 2153,2 s

Convertissons cet excédent en minutes :

$$2153{,}2\,\mathrm{s} = \frac{2153{,}2}{60{,}0...}\,\mathrm{min} = \frac{2{,}1532 x 10^3}{6{,}0...x 10^1}\,\mathrm{min} = \frac{2{,}1532}{6{,}0...} x 10^2\,\mathrm{min} = 0{,}35887 x 10^2\,\mathrm{min} = 35{,}887\,\mathrm{min}$$

En plus de la première heure, il y a donc un excédent entier de 35 minutes.
Sur la durée totale, il reste ainsi 2153,2 s –35x60 s = 53,2 s

Finalement, on en déduit que 5753,2 s = 1h 35min et 53,2 s

5-5 <u>Conversion de volume ou de surface avec les unités du S.I.U.</u> :

On veut convertir 25 m^3 en cm^3

Par définition, 1 m = 10^2 cm (correspondance exacte)

Les unités fonctionnent comme des nombres : $1\mathrm{m}^3 = (1\mathrm{m})^3 = (10^2\ \mathrm{cm})^3 = (10^2)^3\ \mathrm{cm}^3 = 10^6\ \mathrm{cm}^3$

Donc 25 m^3 = 25 x 10^6 cm^3 = 2,5 x 10^1 x 10^6 cm3 = 2,5 x 10^7 cm^3

Remarque : attention à l'erreur classique qui consiste à confondre m, m^2 et m^3 en écrivant des horreurs du genre 1m^2 = 100 cm^2 ou 1m^3 = 100 cm^3…

5-6 <u>Conversion de volume faisant appel au litre</u> :

Par définition 1 litre (symbole L) vaut exactement 1 dm^3.
En déduire combien il y a de litres dans 1 m^3 et quelle est la correspondance entre le mL (millilitre) et le cm^3.

On part de la correspondance exacte : 1 L = 1 dm^3.

Or 1 dm = 10^{-1} m

Donc 1 dm^3 = (10^{-1} m)^3 = 10^{-3} m^3

Donc $\boxed{1\ \mathrm{L} = 10^{-3}\ \mathrm{m}^3}$ ou, à l'inverse $\boxed{1\ \mathrm{m}^3 = 10^3\ \mathrm{L}}$ (correspondances exactes)

Par ailleurs, 1 mL = 10^{-3} L = 10^{-3} dm^3 et 1 cm =10^{-1} dm par définition

Donc 1 cm^3 = (10^{-1} dm)^3 = 10^{-3} dm^3

et donc $\boxed{1\ cm^3 = 1\ mL}$

Ces correspondances sont à connaître par cœur et, en plus, vous devez être capables de les re-démontrer très rapidement à partir des définitions comme nous l'avons fait dans cet exercice.

5-7 Conversion où deux unités doivent être changées :

5-7-1 Cas des vitesses :

On veut convertir 1,0 m/s en km/h

Par définition, 1 km = 10^3 m et 1 h = 3600 s (correspondances exactes)

Ainsi, à l'inverse : $1\,m = \frac{1}{10^3}\,km = 10^{-3}\,km$ et $1\,s = \frac{1}{3600}\,h$

$$1{,}0\,m/s = 1{,}0 \times \frac{1m}{1s} = 1{,}0 \times \frac{10^{-3}km}{\frac{1}{3600{,}0...}h} = 1{,}0 \times 3600{,}0... \times 10^{-3}\ km/h = 1{,}0 \times 3{,}600... \times 10^{3} \times 10^{-3}\ km/h$$
$$= 3{,}6 \times 10^{0}\ km/h$$
$$= 3{,}6\,km/h$$

5-7-2 Cas de la masse volumique d'un matériau :

La masse volumique du fer vaut 7,8 g/cm^3 dans les conditions habituelles de température et de pression. Cela signifie que 1,0 cm^3 de fer a une masse de 7,8 g. Que 10 cm^3 de fer a une masse de 78 g, etc.
On veut trouver sa valeur de la masse volumique du fer en kg/m^3 c'est à dire dans les unités de base du S.I.U.

On part des correspondances entre les unités à convertir : 1 g = 10^{-3} kg et 1 cm^3 = 10^{-6} m^3 (voir le détail du raisonnement dans l'exemple précédent)

Ces correspondances sont exactes.

On remplace chaque unité de départ par sa correspondance :

$$7{,}8\,g/cm^3 = 7{,}8 \times \frac{1g}{1cm^3} = 7{,}8 \times \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-6}\ m^3} = 7{,}8 \times \frac{10^{-3}}{10^{-6}}\,kg/m^3 = 7{,}8 \times 10^{-3-(-6)}\ kg/m^3$$
$$= 7{,}8 \times 10^{-3+6}\ kg/m^3$$
$$= 7{,}8 \times 10^{3}\ kg/m^3$$

5-7-3 Cas d'une énergie électrique en kW x h :

Contrairement à ce qu'une lecture superficielle pourrait suggérer,

- le kW x h se lit "kilowattheure" et non pas "kilowatt par heure". Ce sont des kilowatts multipliés par des heures et non pas une division.

- Le kW x h est souvent noté kW.h voire kWh. Nous n'utiliserons pas ces notations pour ne pas risquer de confusions et bien garder à l'esprit que ce sont bien des kilowatts multipliés par des heures.

- le kW x h est une unité d'énergie et non pas une unité de puissance.

Plus précisément, 1 kW x h est l'énergie électrique consommée par un appareil récepteur d'énergie (comme une lampe, un moteur, une plaque chauffante, etc.) de puissance 1 kW fonctionnant pendant une heure.

On rappelle que la puissance est la vitesse de consommation de l'énergie : quand un appareil récepteur dont la puissance vaut 1 kW fonctionne pendant 1 heure, il a consommé une énergie de 1 kW x h

On se propose de convertir des kW x h en J.

Comme il se doit dans un tel cas, partons de chacune des unités à convertir :

Par définition, 1 kW = 10^3 W et 1h = 3600 s (correspondances exactes)

Donc 1 kW x h = 10^3 W x 3600 s = 10^3 W x 3,60… x 10^3 s = 3,60…x 10^6 W x s

Or, par définition, 1 W = 1J/s et donc, à l'inverse, 1 J = 1 W x s

D'où, finalement, 1 kW x h = 3,6 x 10^6 J = 3,6 MJ

Remarque : le facteur 3,6 présent dans la correspondance montre que le kW x h n'est pas une simple puissance de 10 multipliée par le Joule (J), unité de base d'énergie dans le S.I.U. En d'autres termes, ce n'est pas un simple multiple décimal du Joule. Cependant, le kW x h reste très utilisé pour facturer l'énergie électrique consommée au niveau d'une maison ou d'un appartement, par exemple, car elle est facile à comprendre. La tendance actuelle est de remplacer progressivement le kW x h par le MégaJoule (MJ) qui est du même ordre de grandeur que le kW x h et qui a l'avantage d'être une puissance de 10 de l'unité de base du S.I.U. (voir une facture E.D.F.)

5-8 Un exemple de conversion approchée (le nœud marin) :

Dans un journal, on lit que la vitesse atteinte par un bateau a été de 18 nœuds. On veut convertir cette valeur en km/h.

Dans une encyclopédie, on trouve que 1 nœud est par définition la vitesse d'un objet qui parcourt 1 mille marin en 1 heure (correspondance exacte) et que 1 mille marin = 1829 m = 1,829 km (correspondances à 4 chiffres significatifs). Ces unités ne sont issus du S.I.U. mais elles sont très utilisées dans le domaine maritime.

18 nœuds =18 mille marin/h = 18 * 1,829 km/h = 1,8 x 10^1 x 1,829 km/h = 1,8 x 1,829 x 10^1 km/h

Le produit des deux mantisses, arrondies à 1 chiffre significatif, vaut 4. La calculatrice donne 3,3 ce qui est conforme.

La vitesse du bateau est donc de 3,3x10^1 km/h soit 33 km/h

Le Système International d'Unités n'utilisent que des multiples ou sous multiples exacts (sous forme de puissance de 10) de chaque unité de base. Cela facilité les conversions d'unités et réduit les causes d'erreur. Il n'empêche que de nombreuses unités échappant à cette unification sont encore utilisées chaque jour, y compris dans le domaine professionnel. C'est ainsi que l'industrie aéronautique utilise encore beaucoup les unités "anglo-saxonnes" comme le pouce ou le pied comme unité de distance. Il a été établi que certains incidents, voire accidents, ont eu leur cause directe dans des erreurs de conversion de ces unités vers celles du SIU ou l'inverse.

6- Dispersion d'une série de mesures :

6-1 Position du problème :

Tout ce chapitre est basé sur l'impossibilité d'obtenir des valeurs exactes pour les grandeurs physiques. Cela provient bien sûr des nombreuses sources d'erreurs lors des mesures que nous pouvons réaliser. Un physicien pourra tenter de réduire l'impact de ces sources d'erreurs mais il sait qu'il ne pourra jamais les annuler.

Si on veut réduire l'impact des sources d'erreurs alors il faut savoir les évaluer quantitativement afin de pouvoir affirmer qu'une mesure est "meilleure" qu'une autre. C'est ce problème très compliqué que nous chercherons à "débroussailler" dans cette partie en définissant sur deux exemples la notion de moyenne et celle d'écart moyen à la moyenne.

6-2 Cas d'une série de mesures d'une même grandeur réalisées en même temps par plusieurs personnes :

Prenons l'exemple des "oscillations d'un pendule simple" que nous étudierons en détail dans le premier chapitre de physique. Un pendule simple est formé d'une sphère métallique suspendu par un fil fin mais solide à un support fixe. Quand on écarte la sphère de sa position de repos et que, fil tendu on lâche sans donné d'impulsion, la sphère se met à décrire des allers-retours : on dit que le pendule oscille.

Dix personnes, munies de chronomètres identiques (affichant le centième de seconde) vont tenter de mesurer la durée des cinq premiers allers-retours, par exemple. Voici un exemple de résultats obtenus :

Durée mesurée en seconde	3,42	3,19	3,58	3,65	3,28	3,75	3,47	3,81	3,32	3,54

On constate que les mesures sont différentes (on dit qu'elles sont dispersées).

On pourrait évaluer la dispersion de cette série de mesures en calculant la différence entre la plus grand et la plus faible. Ici, 3,81 s – 3,19 s soit 0,62 s.

Procéder ainsi donne trop de "poids" aux deux mesures extrêmes, probablement très maladroite, sans tenir compte des autres mesures dont beaucoup sont plus "resserrées".

On préfère utiliser les notions de moyenne et d'écart moyen à la moyenne ainsi définies :

$$\begin{pmatrix}\text{Moyenne m}\\ \text{de la}\\ \text{série de N mesures}\end{pmatrix} \overset{\text{déf}}{=} \frac{\text{mesure n°1} + \text{mesure n°2} + \ldots + \text{mesure n°N}}{N}$$

et $$\begin{pmatrix}\text{Ecart moyen}\\ \text{de la}\\ \text{série de N mesures}\end{pmatrix} \overset{\text{déf}}{=} \frac{|\text{mesure n°1} - m| + |\text{mesure n°2} - m| + \ldots + |\text{mesure n°N} - m|}{N}$$

Remarques :

- la moyenne ainsi définie est celle qu'on appelle en mathématiques la "moyenne arithmétique sans coefficient" : elle donne la même importance à chaque mesure.

- la définition de l'écart moyen fait appel à des valeurs absolues car, sans elles, la valeur qu'on trouverait serait toujours nulle ! En effet, par définition, la moyenne m est toujours "entre" les valeurs plus grandes et des valeurs plus faibles et les écarts "au dessus" et ceux "en-dessous" se compensent exactement :

$$\frac{(\text{mesure n°1} - m) + (\text{mesure n°2} - m) + \ldots + (\text{mesure n°N} - m)}{N}$$
$$= \frac{(\text{mesure n°1} + \text{mesure n°2} + \ldots + \text{mesure n°N}) - \overbrace{(m + m + \ldots + m)}^{\text{N additions}}}{N}$$
$$= \frac{(\text{mesure n°1} + \text{mesure n°2} + \ldots + \text{mesure n°N})}{N} - \frac{N x m}{N} = m - m = 0$$

Appliquons ces définitions à notre série de 10 mesures pour calculer m (sans calculatrices !)

$$m = \frac{3{,}42 + 3{,}19 + 3{,}58 + 3{,}65 + 3{,}28 + 3{,}75 + 3{,}47 + 3{,}81 + 3{,}32 + 3{,}54}{10}\,s$$
$$= \frac{\overbrace{3 + \ldots + 3}^{\text{10 additions}} + 0{,}42 + 0{,}19 + 0{,}58 + 0{,}65 + 0{,}28 + 0{,}75 + 0{,}47 + 0{,}81 + 0{,}32 + 0{,}54}{10}\,s$$
$$= 3 + \frac{0{,}42 + 0{,}19 + 0{,}58 + 0{,}65 + 0{,}28 + 0{,}75 + 0{,}47 + 0{,}81 + 0{,}32 + 0{,}54}{10}\,s$$
$$= 3 + \frac{\frac{42 + 19 + 58 + 65 + 28 + 75 + 47 + 81 + 32 + 54}{100}}{10}\,s$$
$$= 3 + \frac{501}{100} x \frac{1}{10}\,s$$
$$= 3{,}50\,s$$

Remarques :

- on a arrondi la moyenne à 3 chiffres significatifs puisque les mesures sont données à 3 chiffres chacune.

- la stratégie de calcul consiste à additionner finalement des nombres entiers les plus faibles possibles en partant d'une base (ici, 3). On aurait évidemment pu partir de la plus petite des valeurs (ici 3,19) ou plus simple encore de 3,20 s ce qui aurait encore plus facilité le calcul mental :

$$\begin{aligned}
m &= \frac{3,42+3,19+3,58+3,65+3,28+3,75+3,47+3,81+3,32+3,54}{10}\ s \\
&= \frac{\overbrace{3,20+...+3,20}^{10\text{addition s}}+0,22-0,01+0,38+0,45+0,08+0,55+0,27+0,61+0,12+0,34}{10}\ s \\
&= 3,20+\frac{\dfrac{22-1+38+45+8+55+27+61+12+34}{100}}{10}\ s \\
&= 3,20+\frac{301}{100}\text{x}\frac{1}{10}\ s \\
&= 3,50\,s
\end{aligned}$$

La moyenne trouvée, on peut passer au calcul (quais mental !) de l'écart moyen e. Pour cela, on ira un peu plus vite en calculant mentalement la différence entre chaque valeur et m en oubliant le signe et en multipliant par 100 pour ne manipuler mentalement que des entiers :

$$e = \frac{\dfrac{8+31+8+15+22+25+3+31+18+4}{100}}{10}\ s = \frac{165}{100}\text{x}\frac{1}{10}\ s = 0,165\,s$$

Finalement, on dira que cette série de 10 mesures a une moyenne de 3,50 s avec une dispersion autour de cette moyenne de 0,165 s.

Cette technique d'évaluation de la dispersion ne dispense pas de discuter de ses causes. Parmi celles-ci, :

- le "temps de réaction" humain à un stimulus. Ce phénomène, bien connu des coureurs sportifs, a été très étudié en physiologie. On estime qu'un être humain en bonne forme et très entraîné ne peut pas réagir à un stimulus visuel avant 0,15 s en moyenne (s'il réagit avant, c'est qu'il a anticipé, c'est le fameux "faux départ"). Ce temps de réaction est en moyenne un peu plus faible pour les stimuli sonores puisqu'il vaut environ 0,10 s. Ces temps peuvent être encore plus élevé et surtout irrégulier pour des personnes non entraînées. Dans notre cas, un petit entraînement préalable, s'il ne permet pas de diminuer beaucoup ce temps de réaction, permet en tout cas de le rendre plus régulier, plus constant (peu importe si on déclenche "tard" si on arrête aussi "tard" puisque ce qui nous intéresse est l'écart entre le déclenchement et la terminaison du chronométrage).

- La netteté du stimulus lui-même. C'est ainsi que, dans notre exemple, l'arrêt du chronomètre se fait à un moment où l'objet monte après avoir ralenti et qu'il arrive à une vitesse très faible à la fin de son 5ème aller-retour. Le moment où est donc assez imprécisément défini et cela ajoute immanquablement une erreur à la précédente.

- la précision du chronomètre lui-même. Elle est de l'ordre du centième de seconde donc au moins 10 fois plus faible que les erreurs précédentes. <u>Ce n'est donc pas lui, ici, qui limitera la précision des mesures</u>. On voit sur cet exemple que se servir d'un appareil qui affiche beaucoup de chiffres ne rend pas magiquement ceux-ci significatifs (c'est-à-dire quasi certains) pour autant !

Finalement, on peut considérer qu'une "bonne" série de mesures au chronomètre est une série où l'écart moyen est de l'ordre de 0,05 s (soit 5 centième de seconde).

6-3 <u>Cas d'une succession de mesures réalisées par une même personne dans les mêmes conditions</u> :

Pour rester au voisinage de l'exemple précédent, on considère maintenant une seule personne qui mesure la durée de 5 allers-retours dans 10 expériences successives où, à chaque fois elle retend le fil en l'écartant de la même façon et en lâchant sans donner d'impulsion.

Les définitions de la moyenne et de l'écart moyen sont les mêmes que précédemment et on utilisera les mêmes techniques de calcul mental pour les évaluer à partir d'un tableau de mesures.

En revanche, une source d'erreurs supplémentaire s'ajoute aux précédentes : on ne peut pas refaire exactement la même expérience : par exemple, on ne tend pas exactement de la même façon mais de façon voisine. De même, on n'écarte pas non plus exactement de la même façon et on peut lâcher sans donner une petite impulsion.

De plus, il faut avoir quelques raisons de penser que le phénomène lui-même est stable pendant toute la durée des mesures. C'est le cas ici mais il existe des phénomènes naturels qui évoluent dans le temps bien plus rapidement que chaque mesure réalisée. Les différences dans les valeurs mesurées peuvent aussi bien être dues aux erreurs de mesures qu'à l'évolution du phénomène. Pire, il existe des phénomènes "chaotiques" pour lesquels des mesures successives, même très précises, vont donner des résultats très différents.

6-4 Conséquences graphiques :

L'impossibilité d'obtenir des mesures exactes mais, au mieux, une estimation de son imprécision (encadrement ou dispersion), entraîne des différences fondamentales dans les représentations graphiques des mathématiciens et des physiciens.

Pour illustrer cela, prenons l'exemple du phénomène d'allongement d'un ressort (que nous étudierons en détail en physique plus tard dans l'année)

Un ressort vertical, accroché dans sa partie supérieure à un support fixe et chargé d'un objet dans sa partie inférieure, va s'allonger. Bien sûr, il s'allongera d'autant plus que l'objet accroché est massif. Si on veut étudier quantitativement la nature de cette relation, on peut procéder à une série de mesures d'allongement pour divers objets accrochés de masses connues.

Par exemple, on dispose de boîtes de "masses marquées" contenant des cylindres métalliques dont le fabriquant garantie la valeur à 5% près. Ainsi un objet marqué 100 g aura en fait une masse comprise entre 95 g et 105 g.

D'autre part, pour beaucoup de ressorts, l'allongement constaté ne dépassera pas quelques centimètres et il sera quasi impossible de mesurer l'allongement à mieux que 1 mm près (en plus ou en moins).

Supposons que pour un ressort donné, on ait réalisé les mesures suivantes :

Masse marquée (en g)	20	50	70	100	120	150	200
Allongement mesuré (en cm)	1,1	3,4	4,7	6,4	7,7	9,9	12,9

On peut représenter cela graphiquement en plaçant, comme il est d'usage, sur l'axe des abscisses (horizontal) les valeurs de la grandeur qu'on choisit (ici, la masse de l'objet accroché) et sur l'axe des ordonnées (vertical) les mesures de l'effet obtenu (ici l'allongement du ressort).

A chaque couple de valeurs du tableau correspond un point du graphique.

Mais comme il existe une incertitude de mesure pour chaque valeur du tableau, il existera une incertitude de positionnement du point du graphique.

Autrement dit, le fait qu'on ne connaisse la valeur de la masse que dans un certain intervalle se traduira par la transformation du point en un petit segment de droite horizontal sur le graphique.

De même, le fait qu'on ne connaisse la valeur de l'allongement que dans un certain intervalle se traduira par la transformation du point en un petit segment de droite vertical sur le graphique.

Au total, chaque point du graphe n'est en fit que le centre d'un rectangle d'incertitude : la seule chose dont nous soyons pratiquement certain c'est que le "point" est quelque part à l'intérieur de ce rectangle.

On dispose donc non pas d'un graphique de points mais d'un graphique de rectangles successifs. La question est alors de savoir quel est la courbe la plus simple possible qu'on peut faire passer à l'intérieur de tous les rectangles d'incertitude.

Si on peut faire passer ainsi une droite à l'intérieur de tous les rectangles d'incertitude, on dira que la relation étudiée est, aux erreurs de mesures près, très simple puisqu'il s'agit d'une relation affine (ou linéaire, si en plus la droite en question passe par l'origine). On pourra déterminer l'équation de cette droite qui sera l'expression algébrique de la relation étudiée.

Il est probablement utile de dire avec force que de telles relations directes sont rares et qu'un scientifique est toujours très étonné d'observer une telle simplicité.

Remarques : il est souvent possible de transformer indirectement une relation compliquée en une relation simple se traduisant par une relation affine voire linéaire. On en verra un exemple précis dès le premier chapitre de physique.

EXERCICES ET PROBLEMES

NB : les exercices et problèmes proposés n'ont d'intérêt que s'ils sont menés comme indiqué dans le chapitre. La calculatrice ne servant, <u>éventuellement</u>, qu'à préciser la valeur d'un "paquet" de mantisses, à la toute fin d'un calcul…

<u>Données pour tous les exercices</u> :

Le volume V d'une sphère de rayon R est donné par la relation $V = \frac{4}{3} x \pi x R^3$. *La surface S de cette sphère est donnée par la relation* $S = 4 x \pi x R^2$

Le volume V d'un cylindre de rayon R et de hauteur h est donné par la relation $V = \pi x R^2 x h$

1- Dans les valeurs du tableau ci-dessous, combien y a-t-il de chiffres significatifs ? Les réécrire, s'il y a lieu, les valeurs en notation scientifique (sans changer l'unité).

45 m	870 s	0,0035 m/s	$90{,}03 \times 10^5$ cm	43,610 s	$0{,}01000 \times 10^6$ m

2- A chaque objet ou être vivant, associer sa taille vraisemblable dans les listes suivantes :
mouche, atome, distance Terre-Soleil, diamètre d'un cheveu, train, rayon de la terre, molécule, notre galaxie, noyau atomique, hauteur d'une montagne.

90,5 µm	$1{,}50 \times 10^8$ km	158 m	10 nm	0,1 nm	6400 km	$1{,}5 \times 10^{21}$ km	1,0 cm	1 fm	4,4 km

Exprimer ces tailles en mètres (en notation scientifique) et reclasser les valeurs par ordre croissant.

3- En 3 lignes maximum, expliquez la différence qu'on doit faire en sciences physiques entre 1000 et $1{,}0.10^3$, par exemple.

4- En prenant les données de la partie 4-5-3, comparer la masse d'un proton à celle d'un neutron et comparer la masse d'un proton à celle d'un électron. Conclure.
Un noyau atomique a une taille de l'ordre du femtomètre (fm). Un atome lui-même a une taille de l'ordre de 0,1 nanomètre (nm). Comparer la taille d'un noyau à la taille d'un atome.
En utilisant les données précédentes et en supposant noyaux et atomes de forme sphérique, calculer l'ordre de grandeur de la masse volumique d'un atome d'hydrogène ordinaire (1 proton, 1 électron, pas de neutron). Calculer aussi l'ordre de grandeur de la masse volumique du noyau de cet atome. Comparer les deux valeurs obtenues. Conclure.
Quelle serait l'ordre de grandeur de la masse d'un objet de volume 1 L constitué uniquement de noyaux serrés les uns contre les autres ? Comparer cette masse à celle d'un litre d'eau dans les conditions habituelles.

5- Pour un physicien ou un chimiste quelle est la valeur de la somme $1{,}2.10^2 + 3$?
Même question pour $7{,}5.10^{-2} + 0{,}00007$.

6- Donner le premier chiffre du résultat de l'expression (sans unités)
$7{,}5 \times 10^{-2} - 0{,}000070 \times 10^2 + 735.10^{-4} + 0{,}500 \times 10^{-3}$

7- Calculer la valeur de l'expression arithmétique $\frac{0{,}291 \times 0{,}0042 \times 9{,}45.10^{-8}}{583 \times 49 \times 10^{12}}$ (en notation scientifique).

8- Calculer la quantité (sans unités) $0{,}0178 + 6973{,}4 \times 10^{-5} - 103{,}1 \times 10^{-4} + 54{,}1$

9- Calculer la quantité (sans unités) $12{,}3\text{x}0{,}000021*1000+3-\dfrac{6500\text{x}102}{0{,}000012\text{x}721}+7{,}5.10^{4}\text{x}110\text{x}0{,}100$

10- La densité d d'un matériau par rapport à l'eau est une grandeur définie par la relation suivante :

$$d \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{(\text{masse d'un volume donné du matériau considéré})}{(\text{masse du même volume d'eau, à la même température et à la même pression})}$$

La densité d'un matériau a-t-elle une unité dans le S.I.U. Si oui, laquelle ?
Du bois fraîchement coupé, a une densité par rapport à l'eau de 0,6. Déterminer, dans les conditions habituelles de température et de pression, la masse de 1 m^3 de bois.

11- Un être humain a une masse d'environ 70 kg. Par un raisonnement qu'on explicitera, donner une estimation de son volume en litres (air expiré au maximum des poumons).

12- Dans un triangle rectangle, définir par un schéma annoté, le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle.
Ces grandeurs ont-elles une unité ?

13- Un bâtiment moderne assez lointain comporte 7 étages.
Devant soi, bras tendu, on tient une règle graduée. On vise le bâtiment en faisant coïncider le 0 de la règle avec la base du bâtiment. On constate que son sommet est vu à 24 mm de l'origine de la règle.
La règle est tenue à 0,7 m des yeux.
Montrer qu'on peut ainsi, sans se déplacer, déterminer approximativement la distance qui nous sépare du bâtiment. Quelle précision (nombre de chiffres significatifs) peut-on attendre d'une telle mesure ?

14- Une pièce a les dimensions suivantes : 6,3 m de long sur 4,7 m de large sur 2,7 m de haut. Il y a deux fenêtres identiques qui mesurent chacune 120 cm sur 90 cm.
On désire peindre toute la pièce (porte et plafond compris) avec la même peinture. Chaque pot de peinture permet de peindre 25 m^2.
Combien de pots faudra-t-il acheter ?

15- Une cuve à vin, de forme cylindrique mesure 2,5 m de haut et 100 cm de diamètre. Elle est au trois-quart remplie. On désire la vider pour remplir des bouteilles de 75 cL.
Les bouteilles vides s'achètent au marché de gros par lot de 1000 minimum.
Combien de lots faudra-t-il acheter, au minimum ?

16- En chimie, on utilise très souvent un instrument nommé burette graduée pour verser une solution dans une autre tout en mesurant avec précision le volume versé (graduations à 0,1 mL près).
En réglant le robinet de la burette on peut faire couler le liquide goutte à goutte.
Une goutte a une forme approximativement sphérique et un diamètre d'environ 2 mm.
Calculer en mL le volume d'une goutte et le comparer à la précision de la burette.

17- La Terre a une forme approximativement sphérique de rayon $6{,}4\text{x}10^3$ km. Les matériaux constituant la Terre sont évidemment très divers mais on a une bonne estimation à un chiffre significatif de la masse volumique des matériaux qui la forme en prenant la moyenne arithmétique de celle de l'eau (1 g/cm^3 environ) et celle du fer (8 g/cm^3).
Evaluer avec 1 chiffre significatif la masse de la Terre en kg.

18- La distance entre le centre de la Terre et celui du Soleil varie légèrement au cours de l'année (entre 149 et 151 millions de kilomètres). Déterminer en heure, minutes, secondes, la durée du trajet de la lumière entre le Soleil et la Terre en prenant pour une distance moyenne de 150 millions de kilomètres.
Données : la vitesse de la lumière dans le vide vaut $2{,}998 \times 10^8$ m/s
Calculer la vitesse moyenne du centre de la Terre dans son mouvement annuel par rapport au Soleil. Comparer cette vitesse à celle de la lumière dans le vide.

19- Dans une revue, on lit qu'une petite voiture fabrique 140 g de gaz dioxyde de carbone à chaque kilomètre parcouru suite à la réaction chimique de combustion qui a lieu dans le moteur.
En estimant qu'une voiture parcourt en moyenne $1x10^4$ km par an, calculer en kg la masse de dioxyde de carbone produit par le fonctionnement du moteur de la voiture.

20- On veut mesurer la longueur d'une pièce en comptant le nombre de carreaux du carrelage au sol.
On en a compté 32 (valeur certaine)
Chaque carreau est séparé du suivant par un joint en ciment. La longueur d'un carreau avec son joint est d'environ 20 cm. En fait, la seule chose qu'on puisse affirmer avec certitude c'est que chaque carreau avec son joint mesure entre 19,7 et 20,3 cm.
En déduire un encadrement de la longueur de la pièce et calculer la valeur moyenne des deux extrêmes de cet encadrement. Combien de chiffres est-il raisonnable de conserver dans l'écriture de cette moyenne ?

21- Certaines des nouvelles ampoules "économiques" consomment une puissance électrique de 10 W. Leur prix est d'environ 3 € pour une durée de vie de $3\ x10^3$ h.
Quel est le coût en € d'une année complète d'éclairage (24 heures sur 24) pour ce type d'ampoule sachant qu'en 2009, EDF facture le kW x h d'énergie consommée à 11 c€.

22- Calculer l'énergie cinétique d'un coureur de masse 80 kg lancé à la vitesse de 10 m/s.
L'énergie nécessaire pour augmenter de 1°C la température de 1 g d'eau vaut environ 4 J. De même, l'énergie que libère 1g d'eau dont la température diminue de 1°C vaut environ 4 J.
Déterminer la masse d'eau qui, lors d'une baisse de température de 1°C, libèrerait la même énergie que le coureur précédent. L'eau chaude est-elle un bon ou un mauvais réservoir d'énergie ?

23- Un grain de sel fin a une forme approximativement sphérique (de rayon 0,5 mm environ).
A l'aide d'une éprouvette graduée, d'une balance, de sel fin et d'alcool à brûler, on a mesuré le volume et la masse d'un échantillon de gros sel : respectivement 98,5 mL et 207 g.
Faire des schémas annotés des diverses manipulations et mesures réalisées. Expliquer notamment pourquoi on a utilisé de l'alcool à brûler.
Déterminer la masse du grain de sel.
Aurait-on pu mesurer directement cette masse avec une balance ? Expliquer.

24- Les mers et océans occupent environ 70% de la surface terrestre. En se basant sur une profondeur moyenne de 3 km, calculer l'ordre de grandeur du volume de l'eau présente dans les mers et les océans. Comparer ce volume à celui de la Terre dans son ensemble.
Dans une encyclopédie, on lit que la glace de l'Antarctique occupe une surface d'environ 13 millions de km^2 sur une épaisseur moyenne de 1,5 km. Evaluer l'ordre de grandeur de l'élévation moyenne des océans si toute cette glace fondait (en supposant que l'eau de fonte se surajoute à celle déjà présente).

25- L'huile et l'eau ne sont pas miscibles. Lorsqu'on lâche doucement une goutte d'huile sur une surface d'eau, l'huile a tendance à s'étaler dans toutes les directions jusqu'à former une couche très mince dont l'épaisseur est celle d'une seule molécule d'huile (on parle de couche monomoléculaire).
Evaluer, avec 1 chiffre significatif, le volume d'une goutte dont le diamètre vaut 2mm.
En supposant que les molécules formant l'huile sont toutes identiques et que leur taille est d'environ 1 nanomètre et que l'huile s'étale sans changer de volume, évaluer, avec 1 chiffre significatif, le diamètre de la tache d'huile formée sur l'eau lors de l'opération décrite précédemment.
On veut réaliser cette manipulation dans le but de vérifier que la taille d'une molécule est bien de l'ordre du nanomètre. L'expérience consisterait alors à réaliser la tache d'huile, à mesurer son rayon puis à déduire par calcul la hauteur de ce film d'huile connaissant le volume de la goutte ajoutée. Cette expérience vous paraît-elle réalisable avec du matériel ordinaire du laboratoire de chimie ?
L'huile est soluble dans l'éther. L'éther est soluble dans l'eau. On place 1 goutte d'huile dans 100 mL d'éther. On agite pour bien homogénéiser le mélange. On verse 1 goutte du liquide ainsi préparé à la surface de l'eau. Evaluer l'ordre de grandeur du diamètre de la tache d'huile formée sur l'eau. L'expérience ainsi modifiée vous paraît-elle réalisable ?