



Chute d'une bille

Parties du programme *Chute avec frottements*

Lorsqu'un objet est lâché dans un fluide (air, eau, etc.), il subit, outre son poids et la poussée d'Archimède, des forces de frottement fluide. La modélisation de ces forces de frottement fluide conduit à considérer que :

- lorsque la vitesse de l'objet v est « faible », l'intensité des forces de frottement fluide est proportionnelle à v ;
- lorsque la vitesse de l'objet v est « élevée », l'intensité des forces de frottement fluide est proportionnelle à v^2 .

Dans cet exercice, on se propose d'étudier expérimentalement le modèle des forces de frottement fluide dans le cas des faibles vitesses.

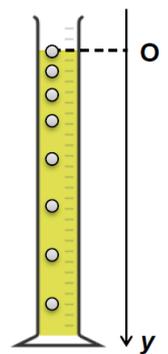
Étude expérimentale

On filme, à l'aide d'une webcam réglée à 50 images par seconde, la chute d'une bille d'acier dans l'huile d'olive contenue dans une éprouvette graduée. La bille est lâchée sans vitesse initiale par un électroaimant dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

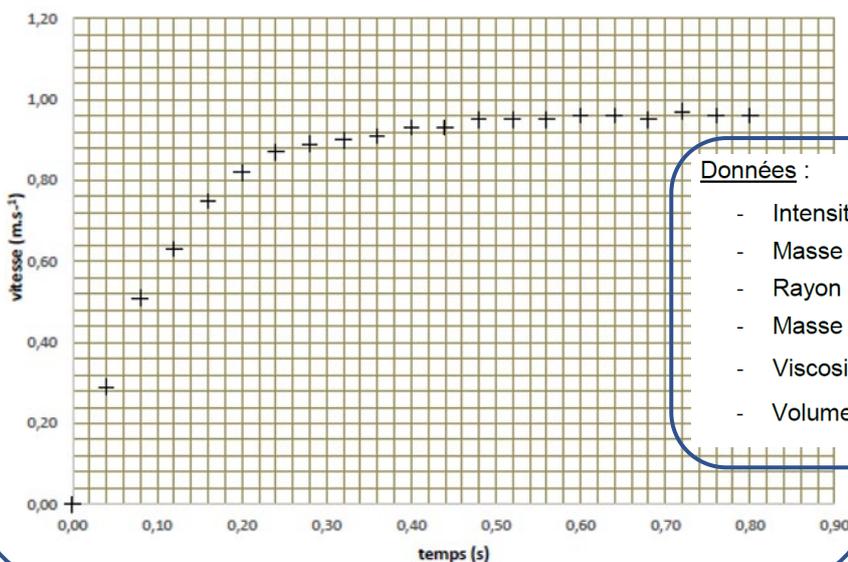
La vidéo est ensuite analysée image par image à l'aide d'un logiciel approprié qui permet de repérer la position instantanée du centre G de la bille suivant un axe (Oy) vertical orienté vers le bas.

La vitesse instantanée à un instant t_i est alors approchée par la vitesse moyenne entre les instants t_i et t_{i+1} . L'évolution, au cours du temps, de la valeur expérimentale de la vitesse v de la bille est représentée ci-dessous

Chronophotographie de la chute de la bille



Évolution de la vitesse de la bille au cours du temps



Données :

- Intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Masse de la bille : $m = 4,1 \text{ g}$
- Rayon de la bille : $R = 5,0 \text{ mm}$
- Masse volumique de l'huile à 20°C : $\rho_{\text{huile}} = 920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Viscosité de l'huile à 20°C : $\eta = 0,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- Volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

1) Déterminer graphiquement, en ajoutant les traits de construction utiles :

- la valeur de la vitesse limite v_{lim} atteinte par la bille ;
- le temps caractéristique τ d'évolution de la vitesse.

2) Étude théorique du mouvement de la bille

On étudie le mouvement du système « bille », plongée dans l'huile, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Lors de sa chute, la bille est soumise à plusieurs actions mécaniques :

- son poids \vec{P}
- la poussée d'Archimède, notée $\vec{\Pi}$, de sens contraire à celui du poids et d'expression

$$\vec{\Pi} = -\rho_{huile} \cdot V_{im} \cdot \vec{g}$$

où ρ_{huile} est la masse volumique de l'huile en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, V_{im} le volume immergé de l'objet en m^3 et g l'intensité de la pesanteur en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$;

- la force de frottement \vec{f} de l'huile sur la bille, que l'on suppose ici proportionnelle à la vitesse de chute de la bille avec $\vec{f} = -6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot \vec{v}$ où η est la viscosité de l'huile en $\text{Pa} \cdot \text{s}$, R le rayon de la bille en m et v la vitesse de la bille en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2.1. Écrire l'expression vectorielle de la seconde loi de Newton appliquée au système « bille ».

2.2. Par projection de l'expression vectorielle de la seconde loi de Newton sur l'axe (Oy), établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v de la bille. Écrire cette équation différentielle sous la forme $\frac{dv}{dt} = A \times v + B$ et exprimer les coefficients A et B en fonction de m , g , ρ_{huile} , η et R .

2.3. À l'aide des données, poser explicitement les calculs qui permettraient de déterminer la valeur numérique du coefficient A en s^{-1} et celle du coefficient B en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. Les applications numériques ne sont pas à réaliser.

2.4. Pour établir l'expression de la vitesse de la bille, les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle (E) : $y' = -9y + 8,6$.

Déterminer la fonction solution de l'équation différentielle (E) s'annulant en 0.

2.5. Montrer que la limite de $0,96(1 - e^{-9t})$ lorsque t tend vers $+\infty$ est égale à 0,96.

2.6. Dans le contexte de l'expérience, on prendra, pour exprimer la vitesse de la bille en fonction du temps t , la fonction v définie sur $[0 ; 0,8]$ par $v(t) = 0,96(1 - e^{-9t})$. La vitesse de la bille est exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et le temps t est exprimé en secondes.

Expliquer en quoi la comparaison de la valeur obtenue à la question précédente aux résultats de l'étude expérimentale fournit un argument en faveur du choix du modèle des forces de frottement fluide effectué en début d'exercice.