Chute d'une hématie dans un plasma sanguin

Parties du programme	*Chute avec frottements*

La détermination de la vitesse de sédimentation d'une hématie (globule rouge) est une analyse médicale mise en œuvre pour détecter un état inflammatoire chez un patient. Initialement en suspension dans le plasma sanguin, les hématies d'un échantillon de sang anti-coagulé chutent verticalement dans le plasma et se déposent, c'est la sédimentation.

L'objectif de cet exercice est d'étudier un modèle de l'évolution de la vitesse de chute d'une hématie dans un plasma. Pour cela, on considère une hématie dans un plasma sanguin dilué. Elle est soumise à différentes actions mécaniques, dont une modélisée par une force de frottement fluide $\vec{f}$ proportionnelle à la vitesse de chute de l'hématie notée $\vec{v}$.

L'hématie, initialement au repos, est animée d'un mouvement rectiligne vertical accéléré avant d'atteindre un régime permanent où elle évolue à vitesse constante, appelée vitesse de sédimentation.

Notations et données :

- *m*, masse de l'hématie : $m = 4{,}356 \times 10^{-14}$ kg
- m_L, *masse de liquide déplacée par l'hématie :* $m_L = 3{,}552 \times 10^{-14}$ kg
- *K*, *coefficient de frottement de la force de frottement :* $K = 4{,}900 \times 10^{-8}$ USI
- *g*, *intensité de la pesanteur terrestre :* $g = 9{,}81$ m.s^{-2}

1) Écrire l'expression vectorielle de la seconde loi de Newton dans un cas général et préciser le nom de chaque grandeur ainsi que son unité dans le système international.

2) L'application de la seconde loi de Newton à l'hématie, après projection sur un axe vertical dirigé vers le bas, permet d'écrire la relation suivante :

$m \times g - m_L \times g - K \times v = m \times a$ (1)

Identifier dans cette relation (1), les forces modélisant les actions s'exerçant sur l'hématie en chute dans le plasma et donner le nom et l'expression de chacune d'elles.

3) Expliquer qualitativement, à partir de la relation (1), l'apparition d'un régime permanent.

4) Déduire de la relation (1), l'équation différentielle dont la vitesse $v(t)$ de l'hématie est une solution. Cette équation différentielle fera apparaitre les grandeurs m, m_L et K.

5) Montrer que l'équation précédente peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{dv}{dt} + 1{,}125 \times 10^{6} \times v = 1{,}811$$

6) Donner l'ensemble des solutions de cette équation différentielle.

7) Sachant que $v(0) = 0$, montrer que la solution de l'équation peut se mettre sous la forme

$$v(t) = 1{,}610 \times 10^{-6} \times (1 - e^{-1{,}125 \times 10^{6}})$$

8) Déterminer la valeur de la limite de $v(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$. Préciser la signification physique de cette valeur dans le cadre de ce modèle.