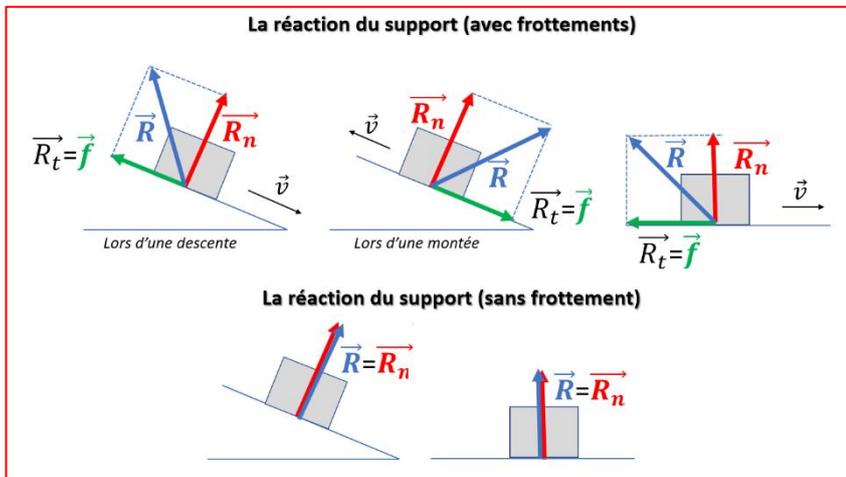


Énergie mécanique

Exercices de
synthèse

Rappel : Direction de la réaction \vec{R} du support



La réaction du support \vec{R} se décompose en 2 forces :

$$\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_t$$

Avec

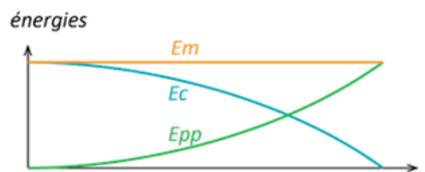
\vec{R}_n : la réaction normale

\vec{R}_t : la réaction tangentielle (appelée **force de frottements \vec{f}**)

Exercice 1

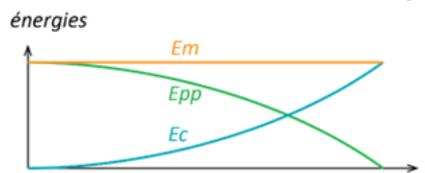
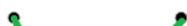
Situation 1 :

Casimir lance le ballon de Volley à Hyppolite



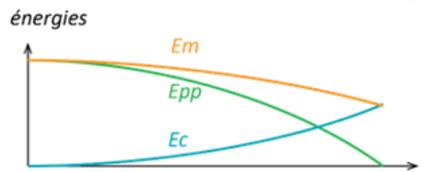
Situation 2 :

Casimir lance le ballon en mousse à Hyppolite



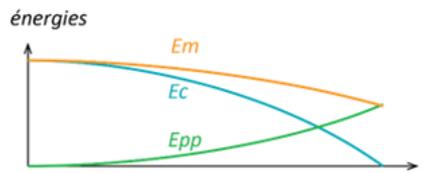
Situation 3 :

Hyppolite lâche le ballon de Volley afin que Casimir le réceptionne.



Situation 4 :

Hyppolite lâche le ballon en mousse afin que Casimir le réceptionne.



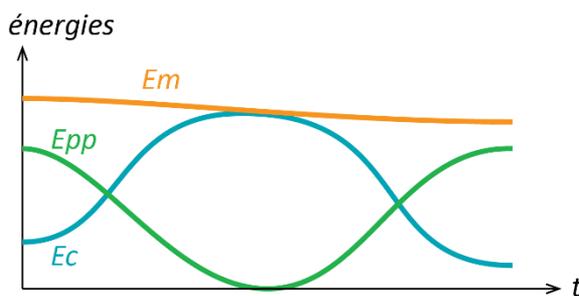
Exercice 2

1^{ère} partie

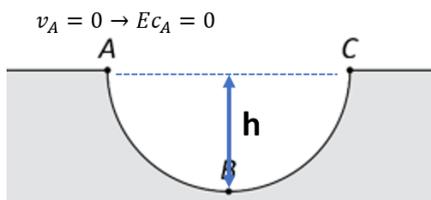
1)

	Travail du poids \vec{P}	Travail de la réaction \vec{R}
Sur le trajet AB	moteur	résistant
Sur le trajet BC	résistant	résistant
Sur le trajet AC	nul	résistant

2)

2^{nde} partie

1) La réaction du support est perpendiculaire au support

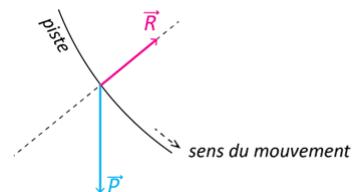


$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} = 6,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2) D'après le théorème de l'énergie cinétique entre les point A et B:

$$E_{c_B} - E_{c_A} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R})$$

$$E_{c_B} - 0 = mgh$$

3) D'après le théorème de l'énergie mécanique entre les points A et B:

Le mouvement se fait sans frottement : il y a donc conservation de l'énergie mécanique

$$Em_B = Em_A \Rightarrow E_{c_B} + Ep_B = E_{c_A} + Ep_A$$

En considérant la position B comme l'origine des énergies potentielles : $z_B = 0 \rightarrow Ep_B = 0$

$$E_{c_B} = Ep_A \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = 6,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4) D'après le théorème de l'énergie cinétique entre les point A et C

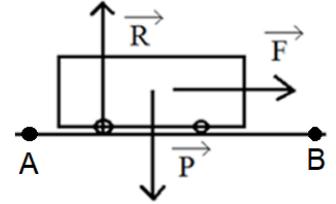
$$E_{c_C} - E_{c_A} = W_{AC}(\vec{P}) + W_{AC}(\vec{R}) = 0 \rightarrow E_{c_C} = E_{c_A} \rightarrow v_A = v_C = 0$$

5) En réalité le poids n'est pas la seule force qui travaille : la réaction de la piste est inclinée vers l'arrière (traduisant le frottement de la piste sur le skate) et le frottement de l'air n'est pas nul. Ces deux forces ayant un travail résistant, l'énergie mécanique du système diminue au cours du mouvement. Le système doit donc posséder une énergie cinétique initiale non nulle afin de pouvoir atteindre le point C.

Exercice 3

1) Référentiel : terrestre ; système : le train

Bilan des forces : \vec{P} le poids, \vec{R} la réaction du support (perpendiculaire au support car pas de frottement), \vec{F} la force motrice



Intensité de la force motrice : D'après le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B on a $E_{cB} - E_{cA} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}) + W_{AB}(\vec{F})$

$W_{AB}(\vec{R}) = 0$ car il n'y a pas de frottement donc \vec{R} est perpendiculaire au support

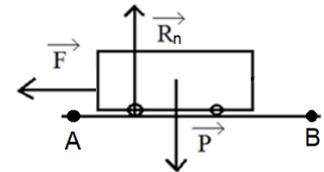
$W_{AB}(\vec{P}) = 0$ car \vec{P} est perpendiculaire au support

$E_{cA} = 0$ car $v_A = 0$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = F \times AB \rightarrow F = \frac{mv_B^2}{2 \times AB} = \frac{5000 \cdot 10^3 \times \left(\frac{130}{3,6}\right)^2}{2 \times 2,5 \cdot 10^3} = \mathbf{1,3 \cdot 10^6 \text{ N}}$$

2) Référentiel : terrestre ; système : la voiture

Bilan des forces : \vec{P} le poids, \vec{R}_n la réaction du support, \vec{F} les frottements



D'après le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B

$$E_{cB} - E_{cA} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_n) + W_{AB}(\vec{F})$$

$W_{AB}(\vec{R}_n) = 0$ car \vec{R}_n est perpendiculaire au support et $W_{AB}(\vec{P}) = 0$ car \vec{P} est perpendiculaire au support

$$E_{cB} = 0 \text{ car } v_B = 0 \hookrightarrow -\frac{1}{2}mv_A^2 = -F \times AB \rightarrow F = \frac{mv_A^2}{2 \times AB} = \frac{950 \times \left(\frac{120}{3,6}\right)^2}{2 \times 250} = \mathbf{2,1 \cdot 10^3 \text{ N}}$$

Exercice 4

Référentiel : terrestre ; système : le TGV ;

Bilan des forces : \vec{P} le poids, \vec{R}_n la réaction normale du support, \vec{F} les forces de freinage et frottements

1) Valeur de l'énergie cinétique du TGV lorsqu'il roule en « vitesse de croisière »

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 430 \times 10^3 \times \left(\frac{320}{3,6}\right)^2 = \mathbf{1,70 \times 10^9 \text{ J}}$$

2) Energie E_{cB} à l'arrêt : À l'arrêt $E_{cB} = 0$

3) Le travail de la force \vec{F} : \vec{F} est de sens opposé à celui du mouvement, **son travail est donc résistant.**

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos(180) = \mathbf{-F \times AB}$$

4) D'après le théorème de l'énergie cinétique entre les point A et B:

$$E_{cB} - E_{cA} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_n) + W_{AB}(\vec{F})$$

$W_{AB}(\vec{P}) = 0$ car \vec{P} est perpendiculaire au déplacement

$W_{AB}(\vec{R}_n) = 0$ car \vec{R}_n est perpendiculaire au déplacement

$E_{cB} = 0$ car $v_B = 0$

$$-E_{cA} = W_{AB}(\vec{F}) = -F \times AB \rightarrow AB = \frac{E_{cA}}{F} = \frac{1,70 \cdot 10^9}{550 \cdot 10^3} = \mathbf{3,1 \cdot 10^3 \text{ m}}$$

5) Si la vitesse initiale est deux fois plus élevée, l'énergie cinétique initiale est quatre fois plus élevée. Comme la distance de freinage est proportionnelle à cette énergie, celle-ci vaut : $AB' \approx \mathbf{12 \text{ km}}$.

Exercice 5

1) On considère le mouvement comme une chute libre : on néglige les frottements.

↳ Puisque le mouvement se fait sans frottement, il y a conservation de l'énergie mécanique

$$Em_B = Em_A$$

$$Ec_B + Epp_B = Ec_A + Epp_A$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B = mgz_A \text{ car il n'y a pas de vitesse en A}$$

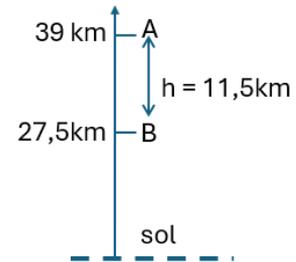
$$\frac{1}{2}v_B^2 + gz_B = gz_A$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 = gz_A - gz_B = g(z_A - z_B) = gh$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,72 \times 11,5 \times 10^3} = 473 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \mathbf{1,70 \times 10^3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$$

On voit que la vitesse réellement atteinte par FB est inférieure à cette valeur : il n'était donc pas en chute libre.



2) Théorème de l'énergie mécanique

Pour calculer le travail de la force de frottement exercée sur Felix Baumgartner pendant sa chute.

$$\text{Variation de l'énergie mécanique : } \Delta Em = W_{AB}(\vec{f})$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = \Delta Em = Em_B - Em_A = (Ec_B + Epp_B) - (Ec_A + Epp_A)$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - \frac{1}{2}mv_A^2 - mgz_A$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - mgz_A$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(z_B - z_A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh$$

$$= \frac{1}{2} \times 120 \times \left(\frac{1351,9}{3,6}\right)^2 - 120 \times 9,72 \times 11,5 \times 10^3 = \mathbf{-5,08 \times 10^6 \text{ J}}$$

3) Valeur moyenne de la force de frottement

Le travail de la force de frottement vaut : $W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f \times AB \times \cos(180^\circ) = -f \times AB$

$$\text{Donc en moyenne : } f = -\frac{W_{AB}(\vec{f})}{AB} = \frac{5,08 \times 10^6}{11,5 \times 10^3} = \mathbf{441 \text{ N}}$$

Exercice 6

Référentiel : terrestre ; système : le skieur

Bilan des forces : \vec{P} le poids, \vec{R}_n la réaction normale du support, \vec{F} les frottements

D'après le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B

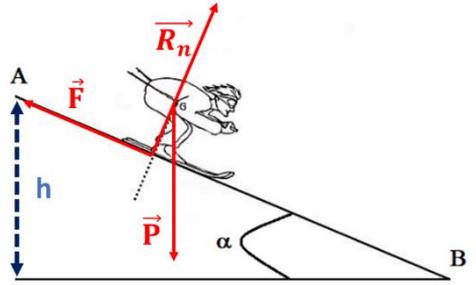
$$E_{cB} - E_{cA} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_n) + W_{AB}(\vec{F})$$

$$W_{AB}(\vec{R}_n) = 0 \text{ car } \vec{R}_n \text{ est perpendiculaire au support}$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = mgh = mgAB\sin\alpha$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = -F \times AB$$

$$E_{cA} = 0 \text{ car } v_A = 0$$



$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgAB\sin\alpha - F \times AB \rightarrow F = \frac{mgAB\sin\alpha - \frac{1}{2}mv_B^2}{AB} = \frac{80 \times 10 \times 200 \times \sin 25^\circ - 0,5 \times 80 \times \left(\frac{30}{3,6}\right)^2}{200} = \mathbf{330 \text{ N}}$$

D'après le théorème de l'énergie mécanique entre les points A et B

$$Em_B - Em_A = W_{AB}(\vec{F}) = -F \times AB$$

$$Em_A = E_{cA} + Ep_A = mgh \quad E_{cA} = 0 \text{ car } v_A = 0$$

$$Em_B = E_{cB} + Ep_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \quad \text{si on prend le sol comme niveau 0 pour les altitudes } z_B = 0$$

$$Em_B - Em_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -F \times AB \rightarrow F = \frac{mgAB\sin\alpha - \frac{1}{2}mv_B^2}{AB} = \frac{80 \times 10 \times 200 \times \sin 25^\circ - 0,5 \times 80 \times \left(\frac{30}{3,6}\right)^2}{200} = \mathbf{330 \text{ N}}$$

Exercice 7

Référentiel : terrestre ; système : le skieur

1) Bilan des forces : \vec{P} le poids, \vec{R}_n la réaction normale du support

D'après le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B

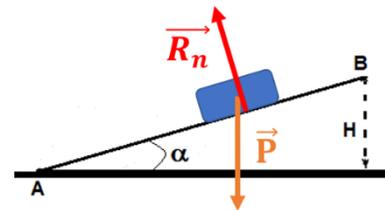
$$E_{cB} - E_{cA} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_n)$$

$$W_{AB}(\vec{R}_n) = 0 \text{ car } \vec{R}_n \text{ est perpendiculaire au support}$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = -mgH$$

$E_{cB} = 0$ car on suppose que la vitesse en A est juste suffisante pour que le chariot atteigne le point B et s'arrête, donc $v_B = 0$

$$-\frac{1}{2}mv_A^2 = -mgH \rightarrow v_A = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 10 \times 2} = \mathbf{6,3 \text{ m.s}^{-1}}$$



2) Bilan des forces : \vec{P} le poids, \vec{Rn} la réaction normale du support, \vec{f} les frottements

$$\text{Energie mécanique en A : } Em_A = Ec_A + Ep_A = Ec_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = 0,5 \times 5 \times 6^2 = \mathbf{90 \text{ J}}$$

(si on prend le sol comme niveau 0 pour les altitudes $z_A = 0$)

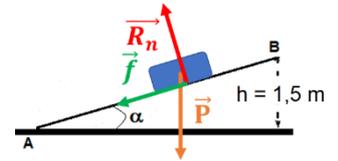
$$\text{Energie mécanique en B : } Em_B = Ec_B + Ep_B = Ep_B = mgh = 5 \times 10 \times 1,5 = \mathbf{75 \text{ J}}$$

(car le chariot s'arrête en B donc $Ec_B = 0$)

$$\text{D'après le théorème de l'énergie mécanique entre les points A et B : } Em_B - Em_A = W_{AB}(\vec{f})$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = 75 - 90 = \mathbf{-15 \text{ J}}$$

$$\text{Valeur de la force de frottement : } W_{AB}(\vec{f}) = -f \times AB = -f \times \frac{h}{\sin\alpha} \rightarrow f = \frac{-W_{AB}(\vec{f}) \times \sin\alpha}{h} = \frac{15 \times \sin 18^\circ}{1,5} = \mathbf{3,1 \text{ N}}$$



Exercice 8

1) Bilan des forces sur le trajet BC :

\vec{P} le poids, \vec{Rn} la réaction normale du support

La valeur minimale v_{Bmin} est celle pour laquelle le chariot atteint le point C sans vitesse donc sans énergie cinétique.

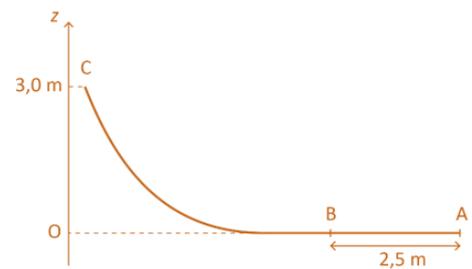
En l'absence de frottement l'énergie mécanique se conserve donc :

$$Em_B = Em_C$$

$$Em_B = Ec_B + Ep_B = \frac{1}{2}mv_{Bmin}^2$$

$$Em_C = Ec_C + Ep_C = mgz_C$$

$$Em_B = Em_C \rightarrow \frac{1}{2}mv_{Bmin}^2 = mgz_C \rightarrow v_{Bmin} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 3} = \mathbf{7,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$



2) Bilan des forces sur le trajet AB :

\vec{P} le poids, \vec{Rn} la réaction normale du support, \vec{F} la force exercée par le lanceur

$$Ec_B - Ec_A = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{Rn}) + W_{AB}(\vec{F})$$

$$W_{AB}(\vec{Rn}) = 0 \text{ car } \vec{Rn} \text{ est perpendiculaire au support}$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = 0 \text{ car } \vec{P} \text{ est perpendiculaire au support}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = F \times AB \rightarrow F = \frac{mv_B^2}{2 \times AB} = \frac{25 \times 60}{2 \times 2,5} = \mathbf{300 \text{ J}}$$

3) La variation d'altitude entre B et C est la même que précédemment, rien ne change dans les calculs effectués dans les questions 1 et 2 : la force à appliquer reste égale à 300 J

Remarque : cette affirmation est valable uniquement en l'absence de frottement

4) Rocky, persuadé d'être une force de la nature, veut prouver sa valeur à ses amis. Il exerce plus de 350N sur le chariot... pourtant, celui-ci rebrousse chemin lamentablement sans avoir atteint le point C :

Cela s'explique par le travail résistant des forces de frottements (exercées par la piste et par l'air), que nous avons négligées dans l'étude qui précède.