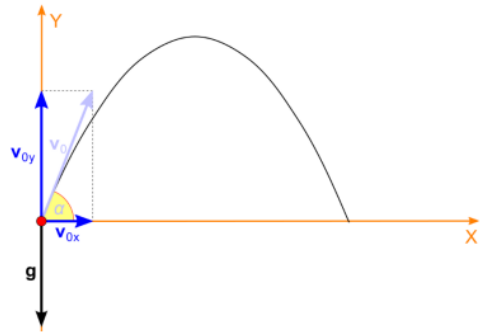
Mouvement plan de chute libre

Exercices de synthèse (1/2)

Exercice 1



L'armée des gobelins vient assiéger la cité elfique de Sélunil. Le chef gobelin Snarrag fait installer une catapulte à **200 m** du rempart de la ville. Ce dernier est haut de **20 m**.

Il fait tirer un premier boulet par Snokk le chef artilleur. Ce dernier n'est pas très doué, il choisit le réglage de sa machine de guerre un peu au hasard : le boulet est propulsé avec une vitesse initiale de $\boldsymbol{v_0 = 60\ m.s^{-1}}$ en faisant un angle **α = 70°** avec l'horizontale.

On peut considérer que le point de départ du boulet correspond à l'origine du repère, les frottements et la poussée d'Archimède sont négligés.

Le boulet tombe-t-il en avant le rempart, frappe-t-il le rempart ou passe-t-il au-delà du rempart ?
On prendra g = 10 m.s^{-2}

1) Après avoir défini le référentiel d'étude et le système étudié, faire le bilan des forces qui s'exercent sur le système choisi

2) Définir les conditions initiales pour la position et la vitesse

3) En appliquant la 2nde loi de Newton, établir les coordonnées du vecteur accélération puis les équations horaires de la vitesse du boulet et de la position du boulet

4) Quelle est la direction du vecteur vitesse $\vec{v}$ lorsque le boulet atteint le sommet S de la trajectoire ? en déduire la durée que met le boulet pour atteindre sa trajectoire puis la hauteur maximale atteinte par le boulet.

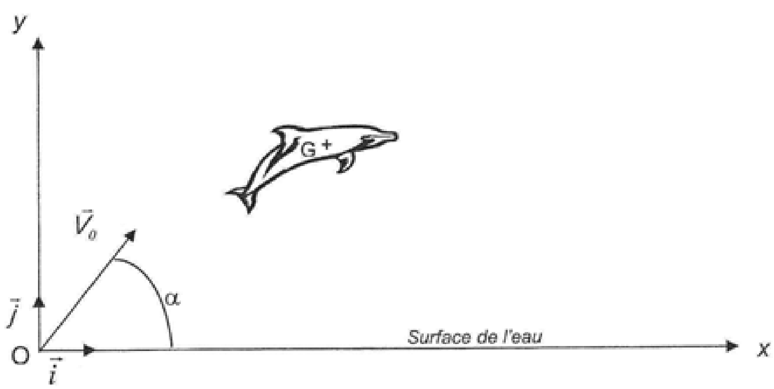
5) Calculer l'altitude du boulet à l'abscisse x = 200 m. Conclure.

6) Au bout de combien de temps le boulet heurte-t-il le sol ? En déduire l'abscisse x_A du boulet lorsqu'il heurte le sol ainsi que la vitesse du boulet lorsqu'il heurte le sol. Que remarque-t-on ?

Exercice 2

Le dauphin à flancs blancs du Pacifique est peut-être l'espèce la plus abondante du Pacifique Nord. C'est un dauphin très sociable et qui voyage généralement en groupe ; il est rapide, puissant et bon surfeur. Il est capable de délaisser un repas pour attraper la vague provoquée par le passage d'un navire. Un jour, un dauphin a fait un saut de 3 mètres pour se retrouver sur le pont d'un navire de recherche arrêté en mer ! Quand il a atteint sa taille adulte, il mesure environ 2,50 mètres et pèse jusqu'à 180 kg.

Issu du site « Pêches et océans Canada »



Dans cet exercice, on négligera les actions de l'air (frottements et poussée d'Archimède) sur le dauphin. Au cours du saut hors de l'eau, le dauphin n'est soumis qu'à son poids.

On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G du dauphin pendant son saut hors de l'eau. Le repère d'étude est $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On choisit comme origine des dates l'instant où le centre d'inertie G du dauphin est confondu avec le point O. Le vecteur vitesse initiale $\vec{V_0}$ est dans le plan (Oxy) et est incliné d'un angle α par rapport à l'axe Ox. Grâce à l'exploitation d'un enregistrement vidéo du saut du dauphin, on a pu trouver que la valeur de la vitesse initiale est $V_0 = 10\ m.s^{-1}$ et que l'angle α vaut 60°.
Pour les calculs, on prendra $g = 10\ m.s^{-2}$. La masse du dauphin est notée m.

1) En appliquant la deuxième loi de Newton, donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre d'inertie du dauphin, puis ses coordonnées a_x et a_y dans le repère d'étude.

2) En déduire l'expression littérale de la coordonnée $V_x(t)$ du vecteur vitesse du centre d'inertie en fonction de la vitesse initiale V_0 et de l'angle α, puis celle de la coordonnée $V_y(t)$ en fonction de V_0, α, g et t

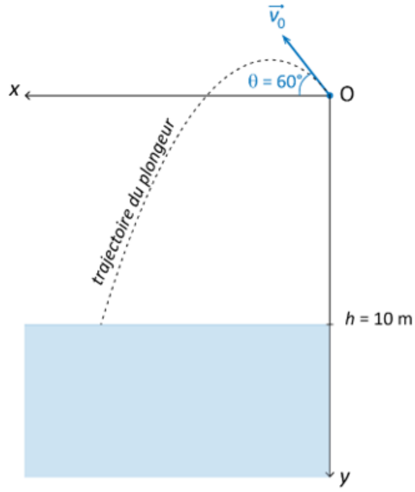
3) Établir les équations horaires *x(t)* et *y(t)* du mouvement du centre d'inertie

4) Calculer la durée que met le dauphin pour atteindre le sommet de sa trajectoire

5) Sachant qu'il faut 0,87 seconde au dauphin pour atteindre le sommet S de cette trajectoire, le saut effectué est-il réellement d'au moins 3 mètres de haut ? justifier.

Exercice 3

Un plongeur saute du plongeoir d'une piscine, situé à **10 m** au-dessus de la surface de l'eau. On cherche à savoir où et avec quelle vitesse il atteint la surface de l'eau.



Dans ce but on modélise ainsi la situation :

- on étudie le centre d'inertie G du plongeur dans le référentiel terrestre, supposé galiléen ;
- son mouvement est supposé être une chute libre ;
- l'instant où le plongeur quitte le plongeoir est considéré comme l'origine des dates $t = 0$;
- les positions du point étudié sont étudiées dans le repère $(O; x; y)$ représenté ci-dessous.
- Le plongeur quitte le promontoire avec une vitesse de valeur $\mathbf{v_0 = 3,0\ m \cdot s^{-1}}$, vers le haut, faisant un angle $\boldsymbol{\theta = 60°}$ par rapport à l'axe Ox.

Données :

- intensité du champ de pesanteur terrestre : $g \approx 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$
- masse du plongeur : $m = 70\ \mathrm{kg}$
- hauteur du plongeoir par rapport à l'eau : $h = 10\ \mathrm{m}$
- vitesse initiale du point étudié : $v_0 = 3{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
- angle entre l'horizontale et la vitesse initiale : $\theta = 60°$

1) Quelles sont les forces négligées dans le cadre de cette étude ?

2) Déterminer, dans le repère d'étude, les coordonnées du vecteur-accélération du centre d'inertie du plongeur après qu'il a quitté le plongeoir.

3) Exprimer en fonction du temps les coordonnées du vecteur-vitesse ($v_x(t)$ et $v_y(t)$) au cours du mouvement.

4) Exprimer en fonction du temps les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur-position du point étudié.

5)

- Que peut-on dire de $v_y(t)$ lorsque le plongeur atteint le sommet de sa trajectoire ?
- En déduire la date t_{sommet} à laquelle l'athlète atteint le sommet de sa trajectoire.
- Calculer les coordonnées de ce sommet S.

6)

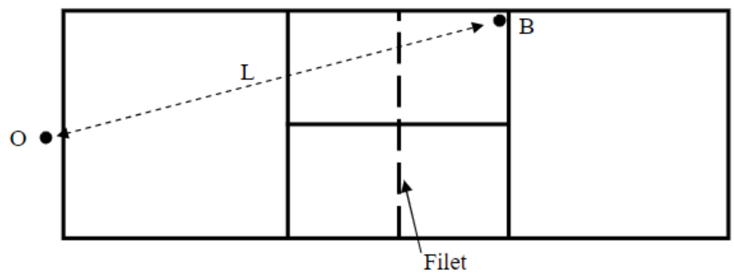
- Que peut-on dire de y lorsque le plongeur touche la surface de l'eau ?
- En déduire au bout de combien de temps le plongeur touche la surface de l'eau

<u>Aide mathématique :</u> l'équation $5x^2 - 2{,}6x - 10 = 0$ *peut s'écrire sous la forme* $5(x - 1{,}70)(x + 1{,}18) = 0$

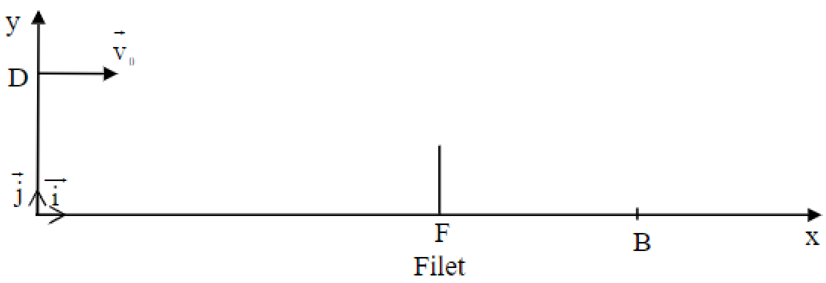
7) Calculer la valeur de la vitesse à laquelle le plongeur atteint la surface de l'eau.

Exercice 4

Un terrain de tennis est un rectangle de longueur 23,8 m et de largeur 8,23 m. Il est séparé en deux dans le sens de la largeur par un filet dont la hauteur est 0,920 m. Lorsqu'un joueur effectue un service, il doit envoyer la balle dans une zone comprise entre le filet et une ligne située à 6,40 m du filet. On étudie un service du joueur placé au point O.



Ce joueur souhaite que la balle frappe le sol en B tel que OB = L = 18,7 m. Pour cela, il lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette en un point D situé sur la verticale de O à la hauteur H = 2,20 m. La balle part alors de D avec une vitesse de valeur $v_0 = 126\ km.h^{-1}$, horizontale comme le montre le schéma ci-dessous.



La balle de masse m = 58,0 g sera considérée comme ponctuelle et on considérera que l'action de l'air est négligeable.

L'étude du mouvement sera faite dans le référentiel terrestre, galiléen, dans lequel on choisit un repère Oxy comme l'indique le schéma ci-dessus

1) *<u>Équations horaires paramétriques et trajectoire</u>*

1.1. Faire le bilan des forces appliquées à la balle pendant son mouvement entre D et B. En indiquer les caractéristiques (direction, sens, grandeur) et l'expression.

1.2. Établir l'expression du vecteur accélération de la balle au cours de son mouvement.

1.3. Montrer que les équations horaires paramétriques du mouvement de la balle sont :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = v_0 \times t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + H \end{cases}$$

2) *Qualité du service*

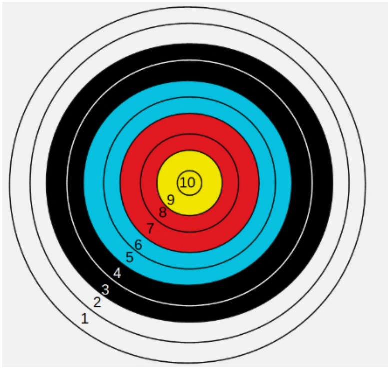
On prendra g = 9,81 m.s^{-2}.

2.1. Sachant que la distance OF = 12,2 m, la balle, supposée ponctuelle, passe-t-elle au-dessus du filet ?

2.2. Montrer que le service sera considéré comme mauvais, c'est-à-dire que la balle frappera le sol en un point B' tel que OB' soit supérieur à OB.

Exercice 5

Une cible de tir à l'arc est constituée d'un disque constitué de cercles concentriques dont le rayon croît de **6 cm** à chaque cercle.



Un archer s'entraîne au tir sur cible à **d = 25 m** de la cible. Le mouvement de la flèche est étudié à partir de la date t = 0 où elle n'est plus en contact avec l'arc.

On note v_0 la valeur de la vitesse initiale de la flèche.

Le centre de la cible est dans le même plan horizontal que la flèche au moment du départ.

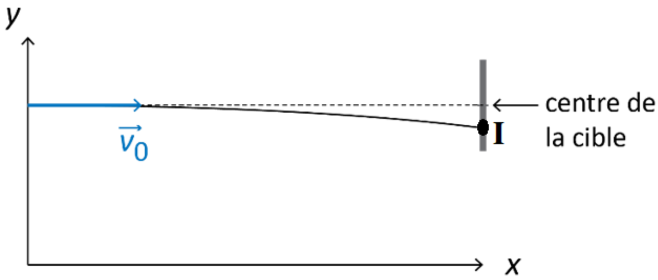
Le mouvement de la flèche sera étudié dans un repère $(O; x; y)$, dont l'origine est située au sol, à la verticale de la flèche au moment du lancer. L'axe Ox est horizontal et orienté vers la cible, l'axe Oy est vertical et orienté vers le haut.

Dans ces conditions, les équations horaires décrivant le mouvement de la pointe de la flèche (notée M) sont (les coordonnées de position étant exprimées en mètre) :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = 90 \times t \\ y(t) = 1{,}60 - 5{,}0 \times t^2 \end{cases}$$

On appelle I le point d'impact de la pointe M de la flèche sur la cible

1) Quelle était la hauteur h de la flèche à l'instant initial ?



2) Exprimer en fonction du temps les coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ de la pointe de la flèche.

3) Calculer les coordonnées initiales v_{x0} et v_{y0} du vecteur vitesse.

4) Au vu des équations horaires, peut-on dire que la pointe de la flèche satisfait le modèle de la chute libre ? *(Calculer les coordonnées de son vecteur-accélération pour répondre).*

5) La flèche atteint la cible en en point I ; Quelle est la valeur de x_I ? En déduire la durée que va mettre sa flèche pour atteindre la cible

6) Combien de points l'archer va-t-il marquer ?