Radioactivité

Correction des exercices

AD1

désintégration α	désintégration β^+	désintégration β^-	désexcitation γ
${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}{}^{A}Y + {}^{0}_{-1}e$	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}{}^{A}Y + {}^{0}_{1}e$	${}^{A}_{Z}X^* \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$

${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$	${}^{234}_{90}Th \longrightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$	${}^{234}_{91}Pa \longrightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{-1}e$	${}^{19}_{9}F \longrightarrow {}^{19}_{8}O + {}^{0}_{1}e$
${}^{210}_{83}Bi \longrightarrow {}^{210}_{84}Po + {}^{0}_{-1}e$	${}^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$	${}^{80}_{35}Br \longrightarrow {}^{80}_{34}Se + {}^{0}_{1}e$	${}^{28}_{13}Al \longrightarrow {}^{28}_{14}Si + {}^{0}_{-1}e$
${}^{91}_{42}Mo \longrightarrow {}^{91}_{41}Nb + {}^{0}_{1}e$	${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$	${}^{222}_{86}Rn \longrightarrow {}^{218}_{84}Po + {}^{4}_{2}He$	${}^{23}_{11}Na \longrightarrow {}^{23}_{10}Ne + {}^{0}_{1}e$
${}^{64}_{29}Cu \longrightarrow {}^{64}_{30}Zn + {}^{0}_{-1}e$	${}^{238}_{94}Pu \longrightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{4}_{2}He$	${}^{131}_{53}I \longrightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$	

Chaîne de désintégration de l'uranium 238 :

${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$	${}^{234}_{90}Th \longrightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$	${}^{234}_{91}Pa \longrightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{-1}e$
${}^{234}_{92}U \longrightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$	${}^{230}_{90}Th \longrightarrow {}^{226}_{88}Ra + {}^{4}_{2}He$	${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$

Chaîne de désintégration du radium 226 :

${}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn$ (émission α)	${}^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^{218}_{84}Po$ (émission α)	${}^{218}_{84}Po \rightarrow {}^{214}_{82}Pb$ (émission α)
${}^{214}_{82}Pb \rightarrow {}^{214}_{83}Bi$ (émission β^-)	${}^{214}_{83}Bi \rightarrow {}^{214}_{84}Po$ (émission β^-)	${}^{214}_{84}Po \rightarrow {}^{210}_{82}Pb$ (émission α)
${}^{210}_{82}Pb \rightarrow {}^{210}_{83}Bi$ (émission β^-)	${}^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po$ (émission β^-)	${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb$ (émission α)

AD2

- **App1/** Le titane 53 est un noyau radioactif qui se désintègre en émettant un électron. Il possède un temps de demi-vie $t_{1/2}$=32,7 s.

<u>*Constante radioactive λ du titane 53 :*</u> $t_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{ln(2)}{32{,}7} = \mathbf{0{,}021\ s^{-1}}$

- **App2/** Le prométhium 144 est un noyau radioactif de type β+ dont le temps de demi-vie est égal à t1/2 =1,0 année.

On a un échantillon contenant 4,0×1010 noyaux.

<u>*Constante radioactive λ du prométhium :*</u> $t_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{ln(2)}{1} = \mathbf{0{,}69\ ann\acute{e}e^{-1}}$

<u>*Loi de décroissance N(t) du prométhium :*</u> $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t} = 4.10^{10} \times e^{-0{,}69t}$

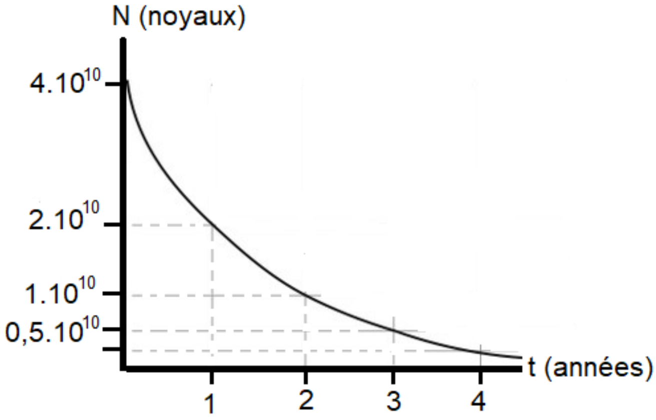
nombre de noyaux non désintégrés		
au bout de 0,5 an	au bout de 1 an	au bout de 4 ans
$N(t) = 4.10^{10} \times e^{-0,69\times0,5}$ =**2,8.10^{10}**	1 an = 1 demi-vie $N(t) =$ **2.10^{10}**	4 ans = 4 demi-vies $N(t) =$ **0,25.10^{10}**

<u>*Date à laquelle il ne reste plus que 1,5×10^{10} noyaux.*</u>

$\mathrm{N(t)} = 4.10^{10} \times \mathrm{e}^{-0,69\mathrm{t}} = 1,5.10^{10}$

$\frac{1,5}{4} = \mathrm{e}^{-0,69\mathrm{t}}$

$\ln\left(\frac{1,5}{4}\right) = -0,69\mathrm{t} \rightarrow \mathrm{t} = \frac{\ln\left(\frac{1,5}{4}\right)}{-0,69}$ =**1,4 année**



▪ **App3/** Un patient reçoit 30 ng de phosphore 32 radioactif de type β^-. Les émissions γ émises par les noyaux fils du phosphore 32 permettent d'effectuer une radiographie. La demi-vie du phosphore est de 14,3 jours

déterminer au bout de combien de temps 99 % des noyaux se sont désintégrés

<u>*constante radioactive λ du phosphore*</u> : $\lambda = \frac{ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{ln(2)}{14,3}$ = **4,8.10^{-2} jour^{-1}**

<u>*loi de décroissance $N(t)$ du phosphore*</u> : $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t} = \mathbf{N_0 \times e^{-4,8.10^{-2}t}}$

On désire déterminer t afin qu'il ne reste que 1% des noyaux initiaux : $N = 1\% N_0 \rightarrow \frac{N}{N_0} = 0,01$

$0,01 = e^{-4,8.10^{-2}t} \rightarrow t = \frac{ln0,01}{-4,8.10^{-2}}$ = **96 jours**

▪ **App4/** Certains bijoux composés de cristaux de roche sont fabriqués à partir de la bétafite, un minerai contenant de l'uranium 238. Un bracelet de bétafite peut contenir jusqu'à 2,0 µg d'uranium 238.

- **Masse molaire de l'uranium 238** : M=238,1 g·mol^{-1}
- **Constante radioactive de l'uranium 238** : λ=4,9×10−18 s^{-1}
- **Constante d'Avogadro** : N_A=6,02×10^{23} mol^{-1}

<u>*Nombre de noyaux radioactifs*</u> : $n = \frac{m}{M} = \frac{2.10^{-6}}{238,1} = \mathbf{8,4.10^{-9} mol}$

$N = n \times N_A = 8,4.10^{-9} \times 6,022.10^{23} = \mathbf{5,1.10^{15}\ noyaux}$

$\mathbf{N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t} = 5,1.10^{15} \times e^{-4,9.10^{-18}t}}$

$\mathrm{A(t)} = \lambda N(t) = 4,9.10^{-18} \times 5,1.10^{15} \times e^{-4,9.10^{-18}t} = \mathbf{0,025 \times e^{-4,9.10^{-18}t}}$

Exercice 1

Nombre de noyaux radioactifs : $n = \frac{m}{M} = \frac{3{,}5.10^{-6}}{222} = \mathbf{1,6.10^{-8}\ mol}$

$N = n \times N_A = 1{,}6.10^{-8} \times 6{,}02.10^{23} = \mathbf{9,6.10^{15}\ noyaux}$

constante radioactive λ : $\lambda = \frac{ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{ln(2)}{3{,}83}$ = **0,18 jour^{-1}**

Loi de décroissance : $\mathbf{N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t} = 9,6.10^{15} \times e^{-0,18.t}}$ avec t en jours

nombre de noyaux N toujours présents au bout de 30 jours

$N(t) = 9{,}6.10^{15} \times e^{-0{,}18\times30} = 9{,}6.10^{15} \times e^{-5{,}4}$= **4,3.10^{13} noyaux**

Activité au bout de 30 jours : $\mathrm{A(t)} = \lambda N(t) = 0{,}18 \times 4{,}3.10^{13}$ = **7,7.10^{12} Bq**

Exercice 2

constante radioactive λ : $A(t) = A_0 \times e^{-\lambda t}$

$6{,}1.10^{16} = 2{,}7.10^{18} \times e^{-\lambda\times10}$

$$\ln\left(\frac{6{,}1.10^{16}}{2{,}7.10^{18}}\right) = -\lambda \times 10 \rightarrow \lambda = \frac{\ln\left(\frac{6{,}1.10^{16}}{2{,}7.10^{18}}\right)}{-10} = \mathbf{0,38\ h^{-1}}$$

temps de demi-vie : $t_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda} = \frac{ln(2)}{0{,}38} = \mathbf{1,8\ h}$

Activité A'' d'un échantillon contenant 1 mg de fluor 18.

$n = \frac{m}{M} = \frac{1.10^{-6}}{18} = \mathbf{5,6.10^{-8} mol}$

$N = n \times N_A = 5{,}6.10^{-8} \times 6{,}022.10^{23} = \mathbf{3,4.10^{16}\ noyaux}$

$\mathrm{A} = \lambda N = 0{,}38 \times 3{,}4.10^{16} = \mathbf{1,3.10^{16}\ Bq}$

Exercice 3

Raison du choix de cet isotope pour réaliser une scintigraphie osseuse : En médecine, on utilise des éléments radioactifs dont la période est :ni trop courte (*pour pouvoir faire des examens*), ni trop longue (*pour ne pas irradier le patient trop longtemps)*

Activité de la dose à administrer à un patient de 50 kg

$m_{min} = 50 \times 3{,}7 = \mathbf{185\ MBq}$ et $m_{max} = 50 \times 11{,}1 = \mathbf{555\ MBq}$

L'activité de la dose à administrer à un patient de 50 kg doit être comprise entre 185 MBq et 555 MBq ; une dose d'activité 400 MBq correspond donc aux recommandations d'utilisation.

Durée au bout de laquelle l'échantillon est considéré comme inactif : $\Delta t = 20 \times 6 = 120\ h = \mathbf{5\ jours}$

Exercice 4

Equation de la désintégration : ${}^{241}_{95}Am \longrightarrow {}^{237}_{93}Np + {}^{4}_{2}He$

Constante radioactive λ : $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln(2)}{433} = \mathbf{1,6.10^{-3}\ année^{-1}}$

Activité de la source au bout de 20 ans : $A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = 37e^{-0,0016t}$

$A(20\ ans) = A_0 e^{-\lambda t} = 37e^{-0,0016\times 20} = \mathbf{35,8\ Bq}$

Masse restante au bout de 20 ans : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-0,0016t}$

$N(20\ ans) = N_0 e^{-0,0016\times 20} = N_0 e^{-0,032} = N_0 \times 0,97 = \mathbf{97\% N_0}$

Donc s'il reste 97% des noyaux initiaux, il reste 97% de la masse initiale

Exercice 5

Composition du noyau d'oxygène ${}^{15}_{8}O$: **8 protons et 7 neutrons**

Equation de la désintégration : ${}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{0}_{1}e$

Constante radioactive λ : $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{\frac{1}{2}}} \frac{\ln(2)}{2} = \mathbf{0,35\ min^{-1}}$

Activité de la source : L'activité initiale de la source est de 5.10³ Bq (5.10³ désintégrations par seconde)

$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = 5.10^3 e^{-\frac{ln2}{2}t}$

$A(2min) = A_0 e^{-\lambda t} = 5.10^3 e^{-\frac{ln2}{2}\times 2} = \mathbf{2,5.10^3 Bq}$	$A(8min) = A_0 e^{-\lambda t} = 5.10^3 e^{-\frac{ln2}{2}\times 8} = \mathbf{3,1.10^2 Bq}$

La source est considérée comme inactive au bout de 20 périodes soit au bout de $20 \times 2 = \mathbf{40\ minutes}$
Elle est utilisée pour l'étude de processus de courte durée (étude de l'irrigation sanguine d'un organe), mais elle ne peut donc pas être utilisée pour l'étude d'un processus physiologiques s'effectuant sur plusieurs jours

Exercice 6

Equation de la désintégration : ${}^{131}_{53}I \longrightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$

Danger de l'iode 131 : L'iode 131 est radioactif β- : lors de la désintégration de l'iode 131 des particules β- (particules assez pénétrantes et provoquant des lésions cutanées) sont émises ainsi qu'un rayonnement g (pouvant léser les tissus et les organes)

Pastille d'Iode 127 : l'iode 127 n'est pas radioactif, donc les noyaux ne se désintègrent pas. Lorsque l'on absorbe des pastilles d'iode 127, l'iode (isotope non radioactif) se fixe sur la thyroïde, la saturant. Cette dernière ne peut alors plus fixer l'iode 131 radioactif

Utilisation de l'iode 131 en médecine : On utilise l'iode 131 lors d'une scintigraphie et lors d'une radiothérapie. Lors d'une scintigraphie, la dose utilisée doit être très faible afin de ne pas irradier le patient. Par contre lors d'une radiothérapie la dose est beaucoup plus importante afin que la désintégration de l'iode 131 permettent la destruction des cellules cancéreuses.

Constante radioactive λ : $A_0 = 200\ \text{min}^{-1}$ et $A(t) = 130\ \text{min}^{-1}$ pour $t = 5\ \text{jours} = 7200\ \text{min}$

$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{130}{200} = 0{,}65 = e^{-\lambda t}$ ⇨ $-\lambda t = \ln(0{,}65)$

$$\lambda = -\frac{\ln(0{,}65)}{7200} = \mathbf{5{,}98 \times 10^{-5}\ min^{-1}}$$

Le temps de demi-vie vaut donc : $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 1{,}16 \times 10^4\ \text{min} = \mathbf{8{,}04\ jours}$

Dose absorbée : $D = \frac{E}{m} = \frac{0{,}1}{50} = \mathbf{2.10^{-3}\,Gy}$

Equivalent de dose ED : $ED = D \times FQ = \mathbf{2.10^{-3}\,Sv}$ < 0,1 SV ⇨L'irradiation n'a donc aucun effet sur le corps

Exercice 7

Equation de la désintégration : ${}^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{18}\text{Ar} + {}^{0}_{1}\text{e}$ Radioactivité β^+

Constante radioactive (noté λ) du potassium 40.

Connaissant le temps de demi-vie $t_{1/2}$ on peut calculer la valeur de λ

$$t_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda} ⇨ \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \mathbf{5{,}3 \times 10^{-10}\ années^{-1}}$$

Nombre de noyaux de potassium et d'argon présents dans l'échantillon à la date du prélèvement :

Le nombre de noyaux N peut se calculer à partir de la quantité de matière n : N = n x Na

Or la quantité de matière n est reliée à la masse m par la relation n = m/M d'où : N= m x Na / M

$N_K = m_K \times Na/M_K$ = **2,36.10^{19} noyaux**

$N_{Ar} = m_{Ar} \times Na/M_{Ar}$ = **3,01.10^{19} noyaux**

Justification de la relation : $N_0 = N_K + N_{Ar}$

Chaque noyau d'argon ${}^{40}_{18}Ar$ présent dans la roche provient de la désintégration d'un noyau de potassium ${}^{40}_{19}K$
Il est donc normal d'obtenir cette relation le nombre total de noyaux se conserve.

Nombre de noyaux N_k en fonction de N_0, λ et t : La loi de décroissance radioactive s'écrit $N_K = N_0\, e^{-\lambda t}$

Date approximative de l'éruption qui a produit la roche : $\frac{N_K}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ⇨ $\ln\left(\frac{N_K}{N_0}\right) = -\lambda t$

$t = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N_K}{N_0}\right)$

$N_K = \mathbf{2{,}36 \times 10^{19}}$ **noyaux**

$N_0 = N_K + N_{Ar} = \mathbf{5{,}37 \times 10^{19}}$ **noyaux**

D'où l'âge de cette roche : $t = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{2{,}36}{5{,}37}\right) = \mathbf{1{,}55 \times 10^9\ ans}$

L'éruption a eu lieu approximativement 1,55 milliards d'années avant le prélèvement.

Exercice 8

Equation de réaction nucléaire associée à la désintégration. ${}^{18}_{9}F \longrightarrow {}^{18}_{8}O + {}^{0}_{1}e$

Temps de demi-vie d'un échantillon contenant des noyaux radioactifs

Le temps de demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés, c'est aussi la durée au bout de laquelle l'activité d'un échantillon a été divisée par deux.

<u>Temps de demi-vie du fluor 18.</u>

Par lecture graphique, on a **$t_{1/2}$ = 110 min** lorsque A / A_0 = 1/2

Par calcul : $t_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda} = 6601\ s = \mathbf{110\ min}$

<u>Heure de sortie du patient</u>

On cherche t tel que : $\frac{A(t)}{A_0} = 0{,}01$ ⇨ $e^{-\lambda t} = 0{,}01$ ⇨ $-\lambda t = \ln 0{,}01$

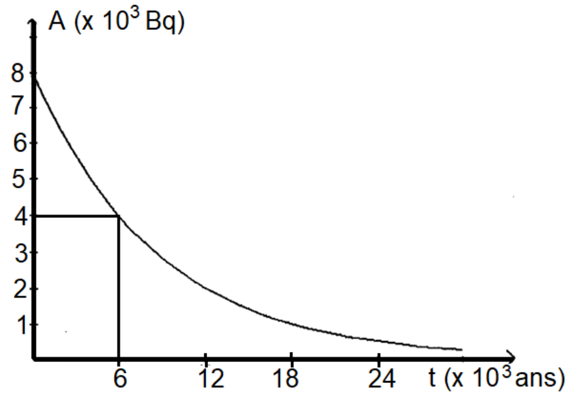
$$t = -\left(\frac{\ln 0{,}01}{\lambda}\right)$$
$$= 43858\ s \approx \mathbf{12h\ 11\ min}$$

Si le patient est entré à 11h, il pourra donc sortir vers 23h15.

Exercice 9

<u>Equation de la désintégration</u> ${}^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

<u>Période ou demi-vie du carbone 14</u> : graphiquement on trouve $t_{1/2}$ = **6.10^3 années**



<u>Constante radioactive</u> : $t_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda}$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{ln2}{6.10^3} = \mathbf{1,2.10^{-4} ann\acute{e}es^{-1}}$$

<u>Age du bois :</u> $A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = 3{,}2 e^{-1{,}2.10^{-4} t}$

$1{,}4 = 3{,}2 e^{-1{,}2.10^{-4} t}$ ⇨ $\frac{1{,}4}{3{,}2} = e^{-1{,}2.10^{-4} t}$

$0{,}4375 = e^{-1{,}2.10^{-4} t}$ ⇨ $\ln(0{,}4375) = -1{,}2.10^{-4} t$

$$t = \frac{\ln(0{,}4375)}{-1{,}2.10^{-4}} = \mathbf{6,9.10^3 ann\acute{e}es}$$