VITESSE ET ACCELERATION

Synthèse (2/3)

►► Vitesse et accélération moyennes

(a) La vitesse moyenne

▪ Pour caractériser le mouvement d'un objet, on a besoin de connaitre sa vitesse : on peut donner sa vitesse moyenne

• **La vitesse moyenne d'un solide** est le quotient de la distance parcourue $\boldsymbol{d}$ par la durée $\Delta \boldsymbol{t}$ du trajet

$$v_{moy}(m.s^{-1}) = \frac{d(m)}{\Delta t(s)}$$

1 m.s^{-1} = 3,6 km.h^{-1}

Exemple : Dans l'exemple précédent la voiture parcourt 200 km *(=200 000 m)* en 2h10min *(=7800s)* :

$$v_{moy} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{200000}{7800} = 25{,}6\ m.s^{-1} = 92{,}3\ km.h^{-1}$$

(b) l'accélération moyenne

▪ L'accélération d'un véhicule indique comment évolue la vitesse d'un système au cours du temps.

Si l'accélération est nulle	*Si l'accélération est positive*	*Si l'accélération est négative (on parle de décélération)*
Alors la vitesse est constante	Alors la vitesse augmente	Alors la vitesse diminue

• **L'accélération se note avec la lettre a et son unité est le m.s^{-2} (m/s^2)**

Exemple :

(1) Une accélération de 3 m.s^{-2} (= 3 m.s^{-1}/s) signifie que la vitesse du véhicule augmente de 3 m.s^{-1} toutes les secondes

(2) Une accélération de - 3 m.s^{-2} signifie que la vitesse du véhicule diminue de 3 m.s^{-1} toutes les secondes

• **L'accélération moyenne d'un solide** est le quotient de la variation de la vitesse $\Delta \boldsymbol{v}$ par la durée $\Delta \boldsymbol{t}$ de cette variation

$$a_{moy}(m.s^{-2}) = \frac{\Delta v(m.s^{-1})}{\Delta t(s)}$$

Exemple : une voiture passe de 50 km.h^{-1} à 90 km.h^{-1} en 4 s

$$\Delta v = 90 - 50 = 40\ km.h^{-1} = 11{,}1\ m.s^{-1}$$

$$a_{moy} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11{,}1}{4} = 2{,}8\ m.s^{-2}$$

Si la voiture passe 90 km.h^{-1} à 50 km.h^{-1} en 4 s, on a alors a_{moy} = - 2,8 m.s^{-2}

►► Vitesse et accélération instantanées

La vitesse ou l'accélération moyennes d'un automobiliste ne donne aucune indication sur les changements d'allures que le véhicule a subi au cours du voyage. Pour respecter les limitations de vitesse, le conducteur doit savoir sa vitesse à chaque instant (= vitesse instantanée) qui est donnée par le compteur de vitesse.

(a) Etude d'un document ponctué

▪ En physique on utilise des documents ponctués obtenus par chronophotographie pour déterminer des vitesses et accélérations instantanées (*voir AD*)

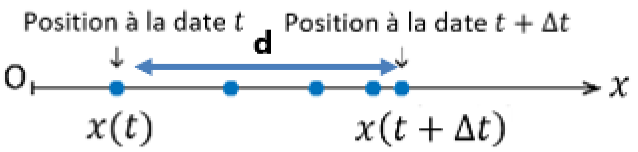
(b) Utilisation d'équations horaires

▪ En mathématiques, la grandeur y varie en fonction de x : on a alors une fonction $y(x)$.

▪ Les grandeurs physiques (*position d'un objet, vitesse ou accélération de cet objet*) varient, elles, en fonction du temps t : on a les fonctions $x(t)$, $y(t)$, $d(t)$, $v(t)$ ou $a(t)$

↳ On parle alors d'« **équations horaires du mouvement** »

Etudions un mouvement rectiligne



On considère un point M en mouvement le long d'un axe (Ox). À la date t il occupe la position de coordonnée $x(t)$ et à la date $t + \Delta t$ il occupe la position $x(t + \Delta t)$.

→ Posons $\boldsymbol{d = x(t + \Delta t) - x(t)}$, la distance qu'il a parcourue pendant la durée Δt.

Sa vitesse moyenne vaut : $v_{x,moy} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}$

Plus la durée Δt est courte, plus cette vitesse moyenne tend vers la valeur de la vitesse à la date t. Celle-ci vaut donc : $v_x(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}$

On peut alors écrire, par définition mathématique : $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$

De même, on peut montrer : $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)$

L'équation horaire de la vitesse $v_x(t)$ est obtenue par dérivée de l'équation horaire de la position $x(t)$	*L'équation horaire de l'accélération $a_x(t)$ est obtenue par dérivée de l'équation de la vitesse $v_x(t)$*
$\boldsymbol{v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)}$	$\boldsymbol{a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)}$

Exemple :

Le mouvement rectiligne d'un point est défini par l'équation : $x(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 1$

→ L'équation horaire définissant la vitesse en fonction du temps est $v(t) = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 18t + 12$

→ L'équation horaire définissant l'accélération en fonction du temps est $a(t) = \frac{dv}{dt} = 12t - 18$