ETUDE DE LA CHUTE LIBRE D'UN OBJET

Synthèse (3/4)

►► Présentation de la chute libre

▪ **On appelle chute libre le mouvement d'un système soumis à une seule force : son poids.**

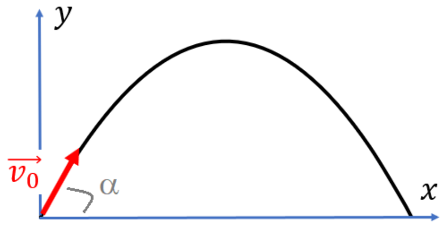
• Une chute libre n'est pas forcément verticale, si le système en chute possède une vitesse initiale non verticale :

Situation étudiée :

On étudie le mouvement d'un système en chute libre, représenté par son centre d'inertie :

- possédant, à la date $t = 0$, une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale ;

- dont la position initiale est le centre O du repère



Les positions du centre d'inertie G sont étudiées dans un repère (O, x, y) défini ci-contre.

Conditions initiales :	
Coordonnées initiales du vecteur-position :	Coordonnées initiales du vecteur-vitesse :
$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$	$\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{x0} = v_0 \cos\alpha \\ v_{y0} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$

►► Accélération d'un système en chute libre

• L'application de la 2ème loi de Newton au système en chute libre donne :

$\sum \overrightarrow{F} = m \times \overrightarrow{a}$	*Énoncé de la deuxième loi de Newton*
$\overrightarrow{P} = m \times \overrightarrow{a}$	*car le système est en chute libre, donc la seule force qui s'exerce sur l'objet est son poids*
$m\overrightarrow{g} = m \times \overrightarrow{a}$	*en tenant compte de l'expression du poids*
$\overrightarrow{g} = \overrightarrow{a}$	*en simplifiant par « m »*

▪ **Lorsqu'un objet est en chute libre, le vecteur accélération est constant : il est vertical, dirigé vers le bas et de valeur égale au champ de pesanteur terrestre g = 9,81 m.s^{-2}**

$$\overrightarrow{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

►►Lois horaires de la vitesse

Vecteur accélération	Vecteur vitesse	Conditions initiales	Vecteur vitesse
$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\end{cases}$	$\vec{v}\begin{cases}v_x = cte\\ v_y = -gt + cte\end{cases}$	$\vec{v_0}\begin{cases}v_{x0} = v_0 \cos\alpha\\ v_{y0} = v_0 \sin\alpha\end{cases}$	$\vec{v}\begin{cases}v_x = v_0 \cos\alpha\\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha\end{cases}$

Les coordonnées du vecteur-vitesse sont des fonctions primitives des coordonnés du vecteur accélération

►►Lois horaires de la position

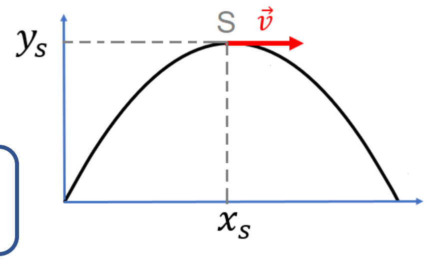
Vecteur vitesse	Vecteur position	Conditions initiales
$\vec{v}\begin{cases}v_x = v_0 \cos\alpha\\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha\end{cases}$	$\vec{OG}\begin{cases}x = v_0 \cos\alpha \times t + cte\\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \times t + cte\end{cases}$	$\vec{OG_0}\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = 0\end{cases}$

Les coordonnées du vecteur-position sont des fonctions primitives des coordonnés du vecteur vitesse

Vecteur position
$\vec{OG}\begin{cases}x = v_0 \cos\alpha \times t\\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \times t\end{cases}$

►►Position du sommet

Soit S le sommet de la trajectoire. Comment déterminer les coordonnées de ce point S ?



- **Lorsque le projectile atteint le sommet de sa trajectoire , le vecteur vitesse $\vec{v}$ est horizontal : on a alors $v_y = 0$**

Pour déterminer les coordonnées du point S :

(1) On prend l'expression de $v_y(t)$: on écrit $v_y(t) = 0$ puis on calcule la durée t_S au bout de laquelle le projectile se trouve au point S

(2) On prend l'expression de $x(t)$: on remplace t par t_S : on détermine ainsi l'abscisse x_S du point S

(3) On prend l'expression de $y(t)$: on remplace t par t_S : on détermine ainsi l'ordonnée y_S du point S

►►Portée de tir

La portée de tir d'un projectile correspond à la distance au sol entre la position initiale du projectile et sa position finale lorsqu'il arrive au sol

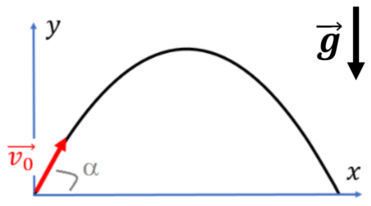
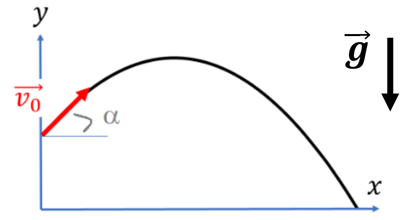
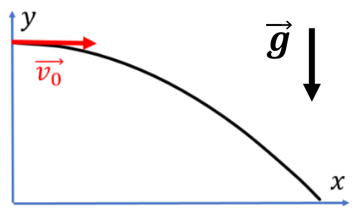
- **Pour déterminer la portée de tir d'un projectile, il faut déterminer l'abscisse du point P lorsque $y = 0$**

Pour déterminer l'abscisse du point P :

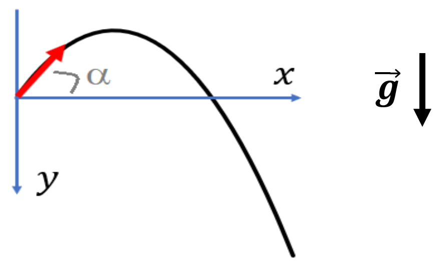
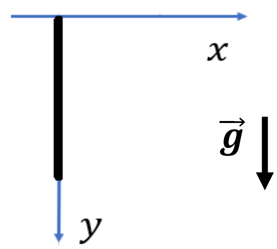
(1) On prend l'expression de $y(t)$: on écrit $y(t) = 0$ puis on calcule la durée t_P au bout de laquelle le projectile se trouve au sol au point P

(2) On prend l'expression de $x(t)$: on remplace t par t_P : on détermine ainsi l'abscisse x_P du point P

LES DIFFÉRENTS CAS ETUDIÉS

Conditions initiales		
$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = 0\end{cases}$ $\overrightarrow{v_0}\begin{cases}v_{x0} = v_0\cos\alpha\\ v_{y0} = v_0\sin\alpha\end{cases}$	$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = h\end{cases}$ $\overrightarrow{v_0}\begin{cases}v_{x0} = v_0\cos\alpha\\ v_{y0} = v_0\sin\alpha\end{cases}$	$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = h\end{cases}$ $\overrightarrow{v_0}\begin{cases}v_{x0} = v_0\\ v_{y0} = 0\end{cases}$
		
Equations horaires du mouvement		
$\overrightarrow{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\end{cases}$	$\overrightarrow{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\end{cases}$	$\overrightarrow{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\end{cases}$
$\overrightarrow{v}\begin{cases}v_x = v_0\cos\alpha\\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha\end{cases}$	$\overrightarrow{v}\begin{cases}v_x = v_0\cos\alpha\\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha\end{cases}$	$\overrightarrow{v}\begin{cases}v_x = v_0\\ v_y = -gt\end{cases}$
$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = v_0\cos\alpha\times t\\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\times t\end{cases}$	$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = v_0\cos\alpha\times t\\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\times t + h\end{cases}$	$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = v_0\times t\\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + h\end{cases}$

Et attention quand l'axe oy change de sens !!

Conditions initiales			
$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = 0\end{cases}$	$\overrightarrow{v_0}\begin{cases}v_{x0} = v_0\cos\alpha\\ v_{y0} = -v_0\sin\alpha\end{cases}$	$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = 0\end{cases}$	$\overrightarrow{v_0}\begin{cases}v_{x0} = 0\\ v_{y0} = 0\end{cases}$
			
Equations horaires du mouvement			
$\overrightarrow{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = g\end{cases}$	$\overrightarrow{v}\begin{cases}v_x = v_0\cos\alpha\\ v_y = gt - v_0\sin\alpha\end{cases}$	$\overrightarrow{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = g\end{cases}$	$\overrightarrow{v}\begin{cases}v_x = 0\\ v_y = gt\end{cases}$
$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = v_0\cos\alpha\times t\\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 - v_0\sin\alpha\times t\end{cases}$		$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = 0\\ y = \dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$	